

Grandes

Juli '65

DE ELECTRISCHE WERKING VAN HET HART.

naar het college van

Prof. Dr. H.C.BURGER

1962-1963

bewerkt door

H.W.JULIUS Jr.

met bijdragen van

Prof. Dr. M.T.JANSEN

G. van HERPEN, arts.

INHOUD.

Hoofdstuk	pag.
1. Inleiding.	1.
2. Anatomie en histologie van het hart.	2.
3. Instrumentatie.	10.
4. Electrodeplaatsen en ECG.	18.
5. De elektrische dipool.	23.
6. De driehoek van Einthoven.	30.
7. Verband tussen hartvector en afleidingen. De vectorcardiograaf.	38.
8. Meetkundige voorstelling.	51.
9. Toepassing van de meetkundige voorstelling.	61.
10. Toetsing van de dipoolbenadering.	65.
11. De totale dipool en gecorrigeerde systemen.	75.
12. Subjectieve en objectieve vergelijking van systemen van vectorcardiografie. Compromis in vectorcardiografie.	93.
13. De poolvector (\vec{P}).	106.
14. De ventriculaire gradient (\vec{G}).	110.
15. Het multipool effect.	116.
16. De oorsprong van de elektrische hartactie.	128.
17. Klinische toepassing van vectorcardiografie.	136.

HOOFDSTUK 1.

Inleiding.

Al vele jaren geleden heeft de ontdekking van de elektrische verschijnselen, gepaard gaande met het kloppen van het hart, geleid tot de electrocardiografie (ECG) : een ten dienste van de klinicus staande fysische methodiek, welke ons in staat stelt een uitspraak te doen omtrent de hartfunctie, in het bijzonder de pathologische afwijkingen daarvan.

Uitgangspunt is het meten van potentiaalverschillen tussen diverse plaatsen op het oppervlak van het menselijk lichaam als functie van de tijd : het electrocardiogram (ECG).

Naast de "normale" electrocardiografie zal vooral de vectorcardiografie (VCG) - een variant op de "klassieke" denkwijze - nader worden beschouwd, zij het niet als afzonderlijk geheel, doch geweven door de gehele stof, aangezien een duidelijke grens tussen beide methoden niet is te trekken.

Er zijn twee verschillende wijzen om een probleem te benaderen: de analytische en de synthetische. Wij zullen de eerste kiezen en dus uitgaan van de verschijnselen, om van daar steeds dieper door te dringen tot de kern van de zaak : het hart als bron van elektrische verschijnselen.

De behandeling van een onderwerp zoals de electrocardiografie, waarop zowel medici als fysici zich hebben geworpen en waarover in de loop der jaren vele meningsverschillen en misverstanden hebben bestaan en nog bestaan - gevolg van het feit, dat biologische- en exact fysische denkwijzen, vooral voor de niet-fysicus, zo moeilijk zijn te combineren - brengt met zich mee, dat men niet ontkomt aan historische beschouwingen. Dit geeft dan niet alleen de gelegenheid op vele punten de ontwikkeling te volgen maar ook : al te boude uitspraken in de literatuur kritisch te bezien.

Vóór we de fysische problemen, betreffende de electro- en vectorcardiografie bespreken, zullen we het object van onze onderzoekingen - het hart - aan een anatomische beschouwing onderwerpen.

HOOFDSTUK 2.

Anatomie en histologie van het hart.

(door Prof.Dr.M.T.Jansen)

I. Anatomie.

Aan het hart, dat ternauwernood een hartvorm heeft, onderscheidt men rechter- en linkergedeelten - zeer ongelijk van grootte want het linkerdeel is zwaarder gebouwd - en in ieder deel een

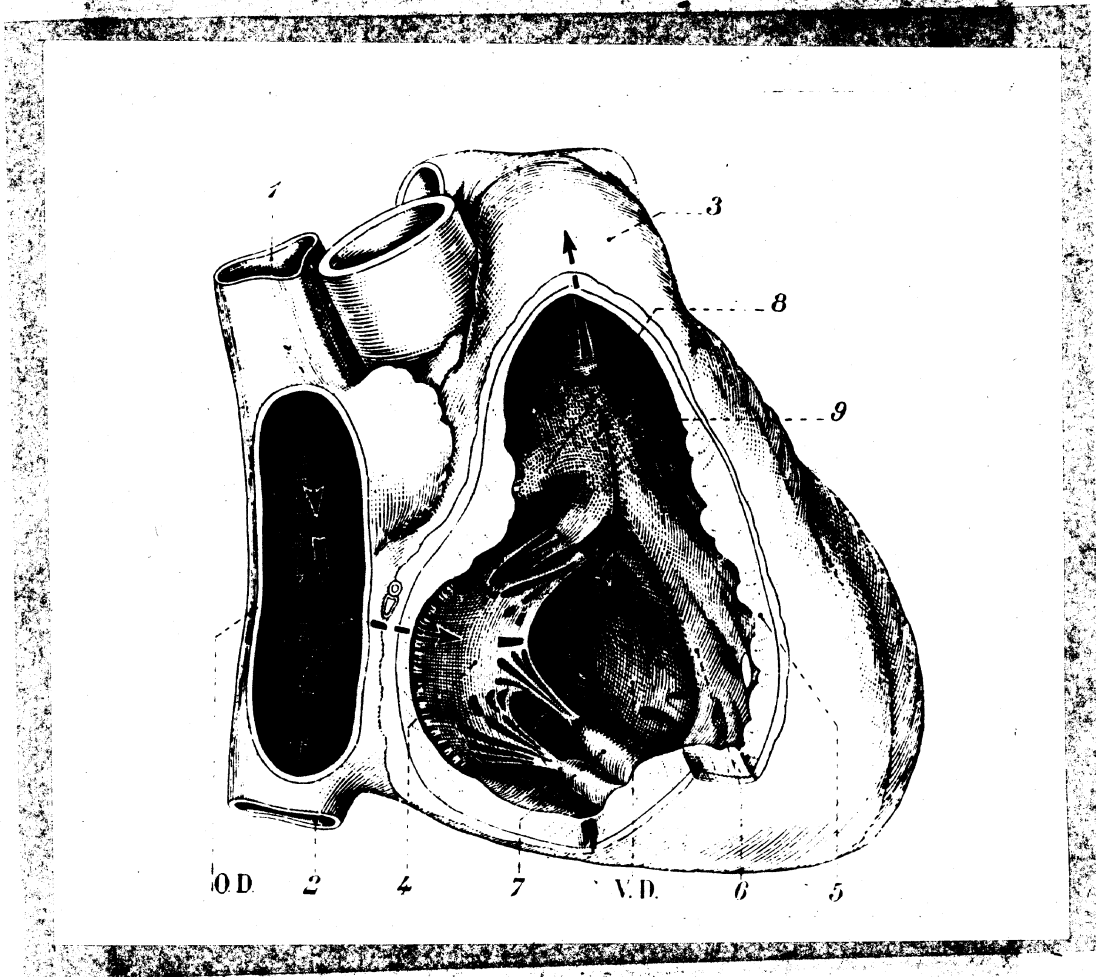


Fig. 1. Hart van rechts gezien, gedeelten van de wand van rechter atrium (O.D.) en ventrikel (V.D.) zijn verwijderd. 1 en 2: vena cava superior en inferior, 3: aorta pulmonalis, 4: tricuspidaal klep, 7: papillaire spier.

atrium en een ventrikel. De linker en rechter atria en ventrikels zijn van elkaar gescheiden door resp. het septum atriorum en het septum ventriculorum. In het rechter atrium stroomt het bloed door de holle aders (venae cavae) toe uit de lichaamscirculatie. Het bloed heeft tijdens de diastole van de rechterkamer als de spierwand slap is toegang tot die ruimte via dan openzwaaiende vliezige bindweefselkleppen, de drieslippige tricuspidale kleppen. De stroom van atrium naar ventrikel wordt wel ondersteund door een contractie van de atriumwand, maar van een pompwerking kan geen sprake zijn daar er geen kleppen zijn die een terugstromen van het bloed naar de aderen zouden beletten. Als de diastole van de ventrikel gevolgd wordt door de samentrekking (systole) klappen de tricuspidale kleppen dicht. Zij worden voor doorslaan behoed doordat zij met pezige draadjes (chordae tendineae) zijn verbonden aan de kamerwand. Deze draadjes zijn bevestigd op de toppen van conische spieren (papillaire spieren), die in de kamerruimte

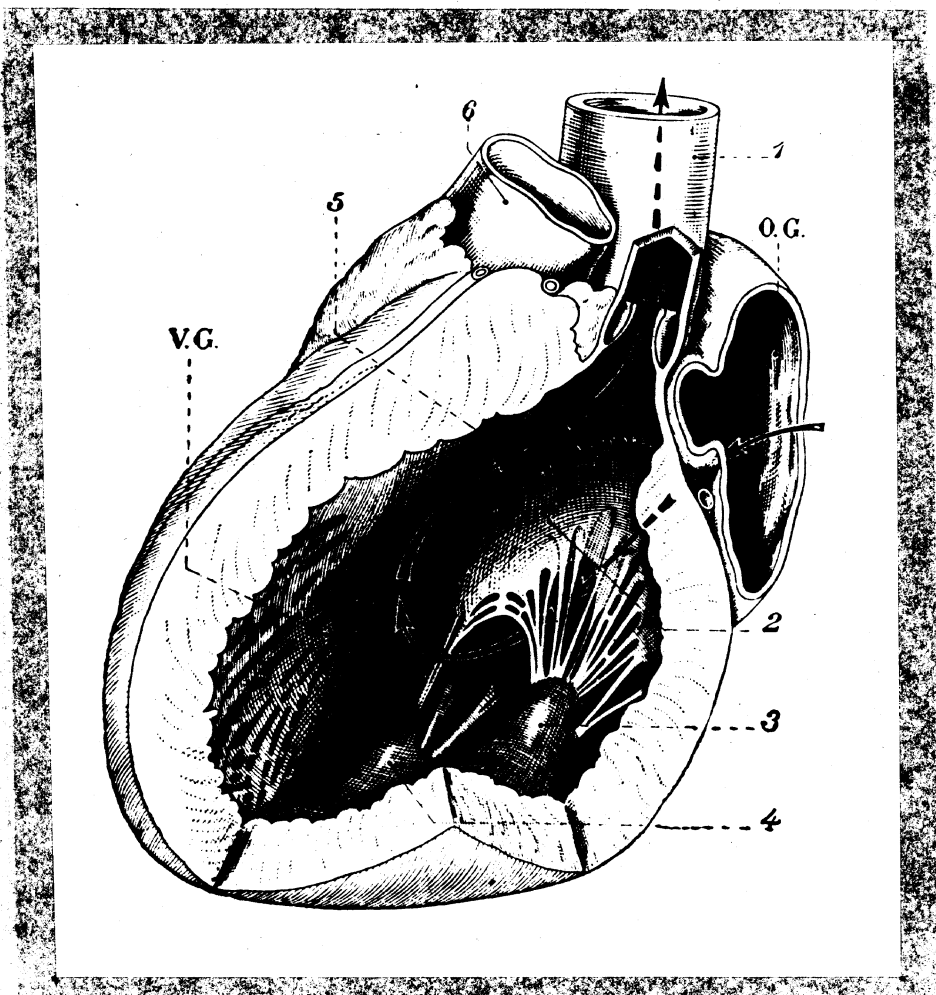


Fig. 2. Hart van links, gedeelten van linker atrium (O.G.) en ventrikel (V.G.) verwijderd. 1: aorta met aortaklep, 2: bicuspidale klep.

omhoog steken. Door hun contractie-gelijktijdig met de overige musculatuur van de kamerwand compenseren deze papillaire spieren de nadering van de kamerwand tot het vlak van de kleppen. Stijging van de bloeddruk in de ventrikel boven die in de arteria pulmonalis doet de halvemaanvormige kleppen in het begin van deze arterie open gaan en de kamer ontledigt zich. Via de arteria pulmonalis, de longen en de venae pulmonales bereikt het bloed het linker atrium. Hier vindt steeds gelijktijdig met rechts ook een afwisseling van diastole en systole plaats, zodat het bloed tenslotte door de aorta wordt uitgedreven. Anders dan rechts zijn de kleppen tussen atrium en ventrikel links tweeslippig (valvulae bicuspidales). Bovendien is de linker ventrikel overeenkomstig de grotere weerstand in de lichaamscirculatie veel dikker van wand dan de rechter. De laatste lijkt op dwarse doorsneden door de ventrikelspieren dan ook niet veel meer dan een uitsparing in de wand van de eerste.

De ventrikelspieren, die verreweg de grootste massa van het hart uitmaakt, heeft de vorm van een omgekeerde peer. Het stompe einde is een ronde bindweefselplaat (de annulus fibrosus), waarin dicht bij elkaar de openingen voor de tri- en bicuspidale en de halvemaanvormige kleppen zijn uitgespaard.

De wand van het hart is aan de binnenzijde bekleed met een glad vlies, het endocard, en aan de buitenzijde met een dergelijk vlies, het epicard. Het epicard wordt door een dun laagje vloeistof gescheiden van het gladde pericard (het hartzakje). Door deze constructie heeft juist het ventrikelgedeelte van het hart een grote bewegingsvrijheid.

De hartspier wordt van bloed voorzien door de arteriae coronariae die uit het eerste begin van de aorta ontspringen, vlak onder het epicard verlopen en takken in de diepte van het spierweefsel zenden.

Aan de binnenzijde van het rechter atrium, en aan weerszijden van het septum tussen de ventrikels kan men door het endocard heen een systeem van wat lichter gekleurde vezels zien, die eerst tot bundels verenigd zijn maar verder op in de ventrikels uitwaaiëren en zich verliezen in het hartspierweefsel. Op grond van fysiologische waarnemingen betitelt men ze als het prikkelgeleidingssysteem. Men rekent hiertoe : de sinu-auriculaire knoop (Keith-Flack), de knoop van Tawara en de bundel van His-Tawara, die zich verdeelt in rechter en linker langs de binnenzijde van

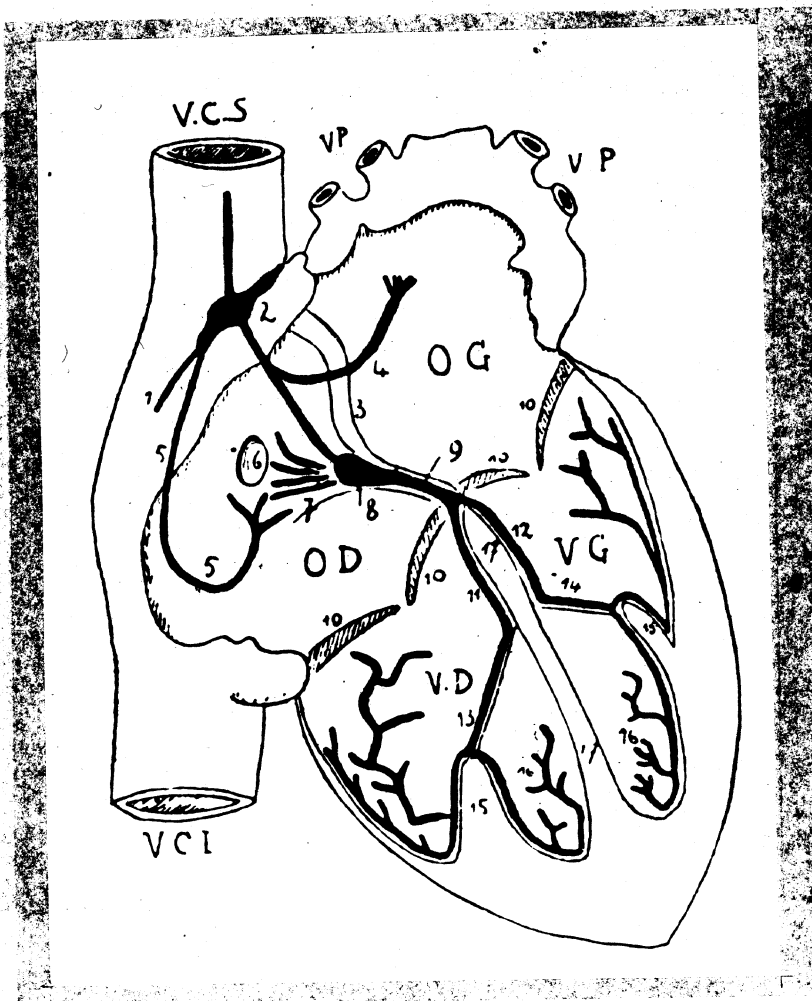


Fig. 3. Schema van het prikkelgeleidingssysteem. 2: sinu-auriculaire knoop (Keith-Flack), 8: knoop van Tawara, 9: gemeenschappelijk deel van bundel van His-Tawara, 11 en 12: rechter en linker tak.

het septum ventriculorum afdalende takken.

II. Histologie.

Er is bij de anatomische beschrijving sprake geweest van spier- en van bindweefsel. Tussen deze weefselsoorten bestaat een groot verschil: het bindweefsel wordt weliswaar gevormd (en in stand gehouden) door de spaarzame cellen, doch de mechanische eigenschappen worden geheel en al bepaald door de aard van de intercellulaire bestanddelen: collagene, resp. elastische vezels en de interfibrillaire substantie. Deze drie componenten komen in wisselende combinaties en verhoudingen voor. Collagene vezels zijn zeer trekvaste, weinig rekbare eiwitvezels. Zij bepalen de stevigheid van pezen, hartkleppen, chordae tendineae en annulus fibrosus.

In deze weefsels wordt 90% en meer van het volume ingenomen door de collagene vezels, de rest door de interfibrillaire stof (overwegend een koolhydraat-derivaat) en de enkele bindweefselcellen (fibroblasten). Elastische vezels zijn lang zo sterk niet als collagene maar zij verdragen een elastische verlenging van 100-200%. Zij vormen de hoofdmassa van de wand der grote slagaderen die een windketelfunctie hebben. Spierweefsel stamt embryologisch van hetzelfde oerweefsel af als het bindweefsel, maar terwijl in het bindweefsel de tussen de cellen gelegen vezels het karakter bepalen is het spierweefsel in wezen een cellenweefsel. De spiervezels zijn niet anders dan de cellen van het weefsel, waarin de fijne collagene fibrillen die de spiercellen onderling verbinden (het

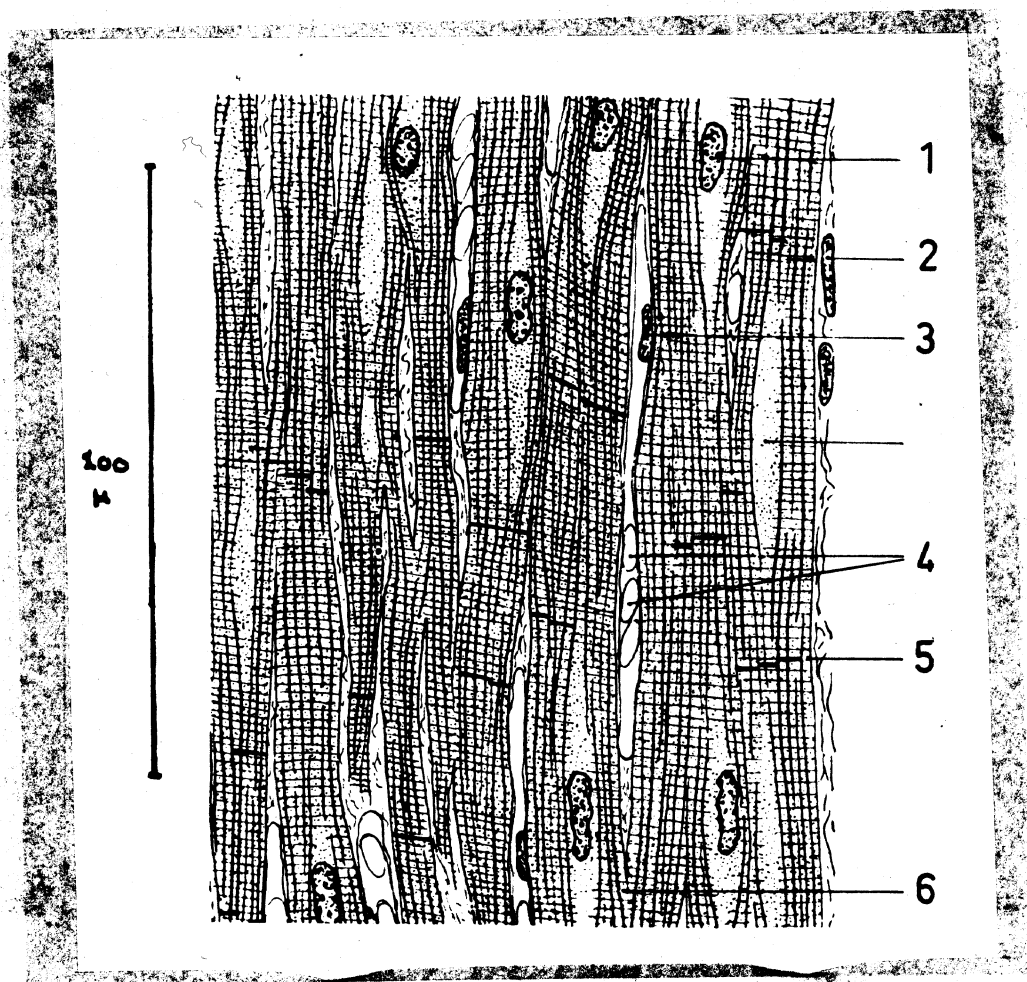


Fig. 4. Schets van een doorsnede door hartspierweefsel, evenwijdig aan de lengterichting van de spiervezels. 1: kern van een spiercel, 2 en 3: kernen van bindweefsel- en haarvatcellen, 4: rode bloedlichaampjes in haarvat, 5: celgrens, 6: vertakkingspunt van een spiercel.

endomysium) tot een zeer gering deel van het volume zijn gereduceerd. Er zijn twee soorten spierweefsel: dwarsgestreept (skeletmusculatuur ("vlees"), hartspier) en glad (darmmusculatuur, de musculatuur van meer perifeer gelegen arteriën).

Hartspierweefsel is opgebouwd uit merkwaardig gevormde cellen, die door onderlinge verbindingen een dicht, gestrekt driedimensionaal netwerk vormen. (De mazen worden gevuld door haarvaten, die uit de artt. coronariae gevoed worden.) In de skeletspier zijn de spiervezels langgerekte protoplasmalichamen met vele celkernen. Een skeletspiervezel is dus niet het equivalent van één cel met één kern, zoals de hartspiervezel.

De volgende bijzonderheden gelden evenwel voor beide spiersoorten.

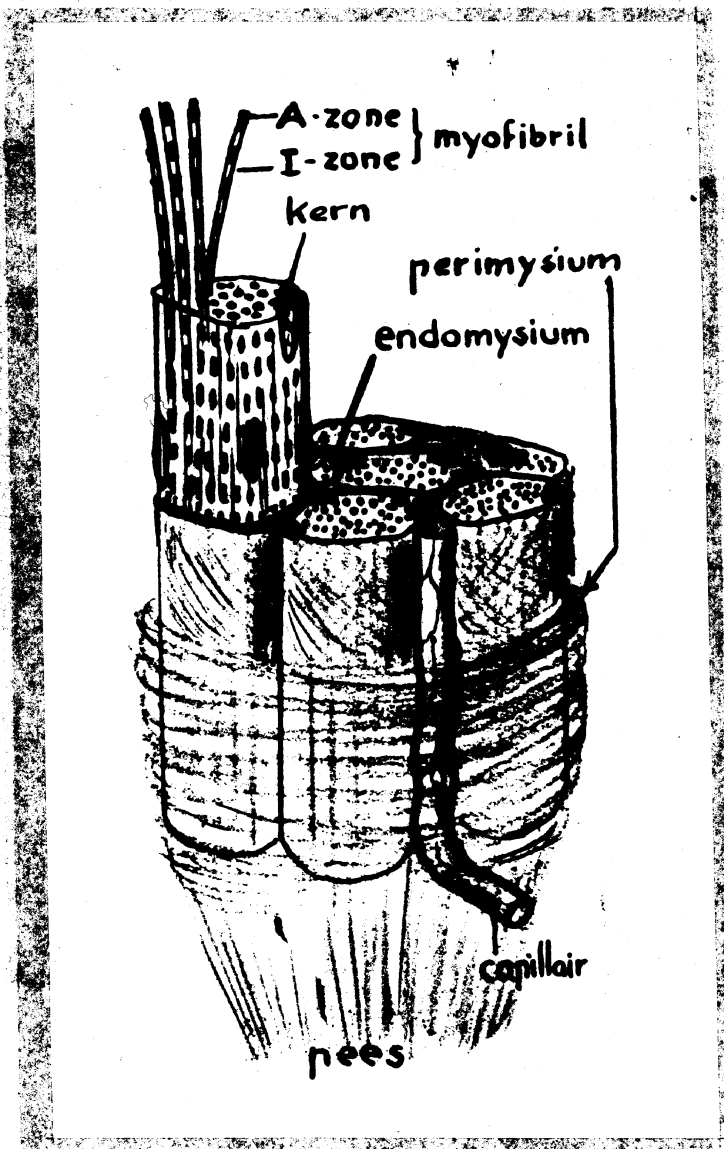


Fig. 5. Schema van het einde van enkele skeletspiervezels. (Dr. van den Broek, Histologisch Laboratorium).

De spiervezel heeft een oppervlakkig huidje, sarcolemma, dat bestaat uit een laagje fijne collagene fibrillen, ingebed in interfibrillaire substantie en de eigenlijke celmembraan. Deze omsluit het cytoplasma, hier sarcoplasma genoemd. In dit sarcoplasma (dus niet zoals bij het bindweefsel in de intercellulaire ruimte) verlopen, in de lengterichting van de vezel, de myofibrillen, de eigenlijke contractiele elementen. Zij zijn gesegmenteerd door op gezette afstanden telkens weer herhaalde verschillen in optische eigenschappen (isotroop: I-zone, anisotroop: A-zone), kleurbaarheid etc. Bovendien liggen overeenkomstige segmenten van de myofibrillen in één vezel allen zij aan zij, zodat de segmentering van de myofibrillen de gehele spiervezel een dwarsgestreept uiterlijk geeft. Dit effect wordt nog versterkt door de aanwezigheid van dwarsschotjes in de spiervezel, de Z-membranen. De myofibrillen doorboren deze membranen ter hoogte van de middens van hun isotrope segmenten. Men duidt de veelvoudig herhaalde eenheid van een spiervezel bestaande uit Z-membraan - halve I-zone - A-zone - halve I-zone - Z-membraan wel aan als een sarcomeer.

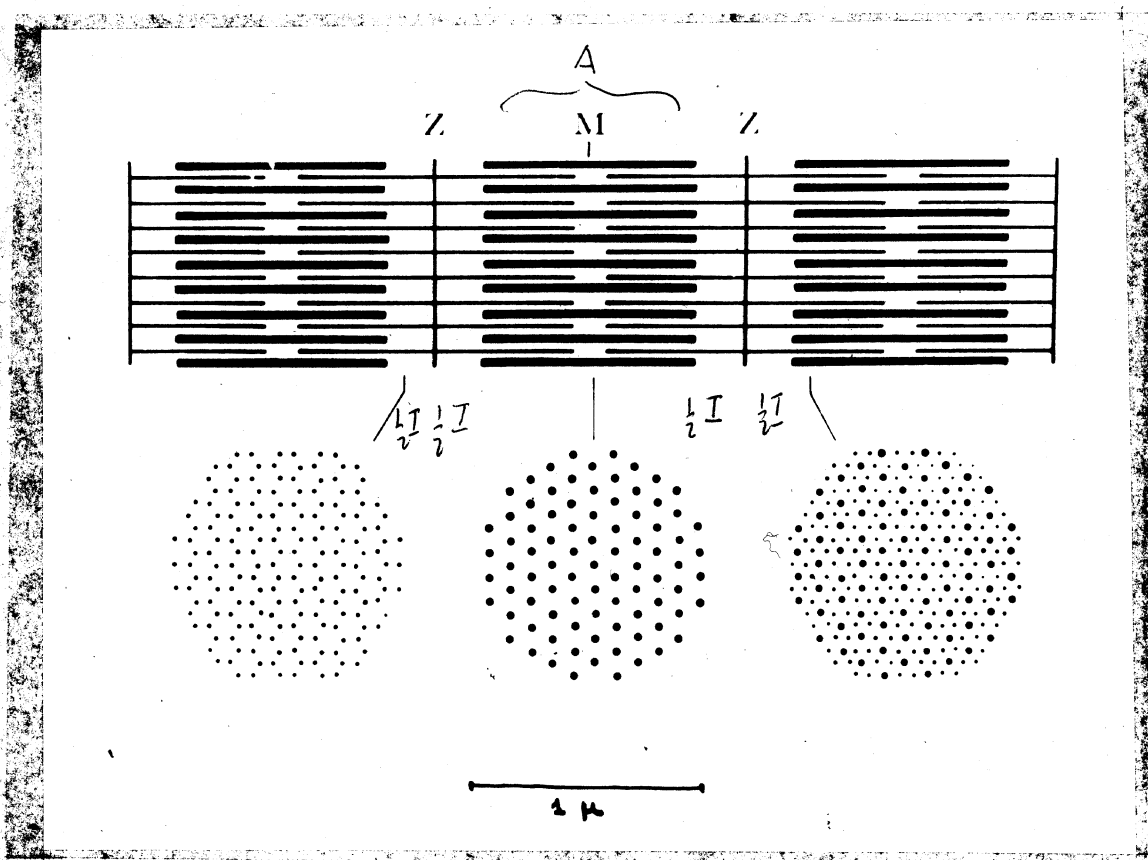


Fig. 6. Schema van de myofilamenten in een myofibril, boven op lengtedoorsnede, onder dwars getroffen (naar electronenmicroscopische opnamen). M: "Mittelscheibe", het middelste deel van de A-zone, Z= Z-membraan.

De myofibrillen zijn optisch goed te onderscheiden. Bij electronenmicroscopisch onderzoek blijkt dat elke myofibril een bundel is van veel fijnere fibrillen, de myofilamenten. Hiervan kent men thans twee soorten: de dikkere, die beperkt zijn tot de A-zone, en dunne die aan weerszijden van de Z-membraan door de I-zone gaan en een eindweegs tussen de dikke in de A-zones doorlopen. Bij de contractie zouden de dunne filamenten verder tussen de dikke in de A-zone binnenschuiven.

De aanleiding tot de contractie van de myofibrillen wordt gegeven door de voortgeleide depolarisatie van de celmembraan. Dit elektrische verschijnsel, dat ten grondslag ligt aan de electrocardiografie, zal elders besproken worden. Electronenmicroscopie heeft doen zien, dat de celmembraan ter plaatse van de aanhechting van de Z-membranen instulpingen vertoont en dat de gehele Z-membraan een systeem van buisjes bevat dat tot diep in het sarcoplasma tussen de myofibrillen reikt. Men heeft verondersteld dat de membraan van dit kanalensysteem in het inwendige van de vezel de rol vervult die - aan het oppervlak van de vezel - aan de celmembraan toevalt: het voortgeleiden van de excitatie. Alleen zo zou het mogelijk zijn dat de perifere en centrale myofibrillen van een spiervezel zo goed als synchroon reageren op de excitatie.

De vezels van het prikkelgeleidingssysteem en de knopen van Keith-Flack en Tawara zijn in principe hartspiervezels, doch zij bevatten veel sarcoplasma en slechts sporadische myofibrillen. De voortgeleiding van de excitatie geschiedt langs deze vezels ongeveer tienmaal zo snel als in de normale hartspiervezels.

Er bestaat een verzorging van de gehele hartspier en met name van het prikkelgeleidingssysteem met zenuwvezels, maar men gelooft niet dat de normale voortgeleiding van prikkels in de hartspier via zenuwvezels plaatsvindt.

HOOFDSTUK 3.

Instrumentatie.

A. Inleiding.

Veronderstellen we bekend het feit, dat, als gevolg van de voortstuwing van electriciteit door het hart, op het lichaamsoppervlak een electrisch verschijnsel ontstaat dat, tijdens elke hartslag, varieert in plaats en tijd, dan dient eerst te worden beantwoord de vraag: moeten we stromen of spanningen meten? De jarenlange strijd op dit punt is beslist ten gunste van het laatste: we kunnen alleen spanningen meten! Immers, voor het meten van een stroom moet men de keten onderbreken om een meetinstrument in te voegen en dit is bij een medium als het menselijk lichaam niet mogelijk.

We meten dus spanningen, dus potentiaalverschillen. Ook hier gaat de geschiedenis ons vóór met een misverstand: naast de vraag omtrent het potentiaalverschil tussen, bijvoorbeeld rechterarm (R) en linkerarm (L), blééf de vraag naar de potentiaal van elk apart. Het zal duidelijk zijn dat, als we het al zouden kunnen geven, het antwoord ons niet verder brengt. Want, zou men een proefpersoon op een potentiaal van een millioen Volt ten opzichte van aarde kunnen brengen, dan nog zou dit geen invloed hebben op het potentiaalverschil tussen R en L en dus zou de hoeveelheid informatie uit de potentiaal zèlf verkregen, niet groter zijn!

Toch hebben de zoekers naar "een potentiaal" een zó grote invloed gehad, dat nu nog veelvuldig methoden worden gebruikt, waarbij potentiaalverschillen worden gemeten tussen allerlei plaatsen op het lichaam en een, met zorg gekozen, referentiepunt waaraan men een onveranderlijke of zelfs een potentiaal nul toekent (vgl pag.19).

Vóór we echter dieper op methodieken en theoretische achtergronden ingaan, zij eerst iets vermeld omtrent de gebruikte apparatuur.

In wezen is elke electrocardiograaf een voltmeter, zij het dat deze moet voldoen aan een aantal, voor ons doel essentiële, eisen. We zullen deze de revue laten passeren.

1°. Voldoende gevoeligheid.

De spanningen waarmee we te maken hebben zijn maximaal van de orde van 1 mV. De gevoeligheid van de voltmeter, gedefinieerd als de uitslag (bv in mm) van de indicator per eenheid van spanning (bv in mV), moet hieraan worden aangepast. Om de vergelijking tussen ECG's, wáár dan ook opgenomen, zo gemakkelijk mogelijk te maken is voor de gevoeligheid een uniforme maat gekozen: 1 mV \sim 10mm (vgl pag.30). Eigenlijk is deze schaal iets te klein; het blijkt dat er nog wel details verloren gaan.

2°. Hoge ingangsimpedantie.

In wezen is deze eis inhaerent aan elke spanningsmeter. Bij de electrocardiograaf is deze eis al zeer dwingend. Immers, zou de ingansweerstand te klein zijn, dan kan een stroom van betekenis gaan lopen, die, op de plaats waar we meten, spanningsverlies zou geven afhankelijk van de wisselende weerstand van de huid, en deze laatste is zeer hoog (in de orde van $10^5 \Omega \cdot \text{cm}^2$). Er zijn verschillende methoden beproefd om de huidweerstand te verminderen: huidverwekende pasta's, afschuren van de opperhuid e.d. De huidige elektronische apparatuur laat echter zulke hoge ingangsimpedanties ($\pm 10 \text{ M}\Omega$) toe, dat het voldoende blijkt, de elektroden (die voorzien zijn van kleine schuimrubber kussentjes) te doordrenken met een NaCl-oplossing, welke de hoornhuid doordrenkt en zo een electrolytisch contact maakt.

Naast de gewone ohmse weerstand maakt nog een ander verschijnsel een hoge ingansweerstand noodzakelijk en dat is de electrolytische polarisatie. Deze veroorzaakt aan het oppervlak van de elektroden een tegenwerkende E.M.K., die, in goede benadering, evenredig is met de totale hoeveelheid doorgestroomde electriciteit ($\int idt$).

3°. Kleine aanwijstijd.

Weliswaar neemt een gehele hartcyclus bijna een seconde in beslag, doch de verschillende veranderingen in deze periode voltrekken zich zó snel, dat toch aan de snelheid van het instrument vrij hoge eisen moeten worden gesteld. Deze eigenschap is niet alleen noodzakelijk voor het aanwijsapparaat, maar evenzeer voor het elektronisch gedeelte daarvóór (versterkers), dat snelle veranderingen in de spanning onvervormd moet kunnen doorgeven. Men kan zich afvragen tot welke frequentie men een onvervormde weergave verlangt.

De meningen hieromtrent lopen uiteen, doch het is de industrie, die ons hier uit de impasse "helpt" en in de praktijk de grens zelden hoger stelt dan 500 à 1000 Hz. Of men daarboven nog informatie-winst kan behalen ...?

De frequentie- of sprongkarakteristiek geeft volledige inlichting over wat het toestel in dit opzicht presteert.

Natuurlijk is een snel instrument alléén niet voldoende: de snelheid van film of papierstrook moet zodanig zijn aangepast, dat snelle veranderingen ook inderdaad worden opgelost. Ook hier is een uniforme en in het algemeen toereikende maat ingevoerd: 25 mm/sec (vgl pag.30). In bijzondere gevallen wordt dit bedrag met een factor 2, 4 of zelfs 10 opgevoerd.

Tenslotte zij er op gewezen dat aan de lijnscherpte in het algemeen en bij pen- en straal-schrijvers aan de lijndikte, eisen moeten worden gesteld. Hoe dunner de lijn, hoe meer informatie per oppervlak van het papier.

4° . Storingsvrijheid.

De eis storingsvrij te zijn dient natuurlijk aan elk fysisch meetinstrument te worden gesteld. Zonder op deze algemene zaak diep in te gaan, willen we op enkele soorten storingen, die voor de electrocardiografische apparatuur van belang zijn, wijzen:

a. Electriche storingen.

In principe kunnen deze tegenwoordig door de balansingang van het electronisch gedeelte grotendeels worden opgevangen. De praktijk leert echter, dat hieraan nog al eens iets ontbreekt. Een afdoende, maar in de kliniek wel wat bezwaarlijke, oplossing voor het probleem is, de patient met de elektroden, verbindingsdraden en voorversterker te omgeven door een kooi van Faraday.

b. Magnetische storingen.

Bijvoorbeeld veroorzaakt door draaiende motoren. Ook hiertegen zou men, als onder a, een afscherming kunnen bouwen van een materiaal met hoge magnetische permeabiliteit, doch de hoge kosten maken dit vrijwel onuitvoerbaar. Bovendien zou de patient, als gevolg van angstreactions, méér storing kunnen introduceren dan we trachten weg te werken! (zie d). De maatregelen die men zou kunnen nemen zijn: zo ver mogelijk van de bron verwijderd blijven, lussen in de bedrading vermijden of, door het leggen

van "tegenlussen" zoeken naar een compensatie. Soms ook helpt maar één middel: het stopzetten van de bron.

c. Gebouwtrillingen.

Deze kunnen worden overgebracht op de buizen van de elektrische apparatuur en op de schrijver.

d. Spierbewegingen.

Niet alléén de hartactie geeft aanleiding tot elektrische spanningen, het in actie zijn van elke spier gaat gepaard met een elektrisch verschijnsel. Wil men alleen de eerste signalen registreren, dan moet men zorgen dat de patient zo goed mogelijk ontspannen is. Men kan dit bereiken door hem te laten liggen en hem zo goed mogelijk op zijn gemak te stellen. Voorts moet worden gezorgd voor een behaaglijke temperatuur om rillen (onwillekeurige spiercontracties) te voorkomen. De grote beweeglijkheid van kleine kinderen geeft uiteraard extra moeilijkheden.

e. Slechte contacten.

Bewegen of losraken van de elektroden, of opdrogen van de electrolyt kan een registratie volkomen bederven.

Dat men tegenwoordig ver gevorderd is met het oplossen van dergelijke problemen, bewijst de mogelijkheid van het opnemen van electrocardiogrammen tijdens "normale" arbeid.

5°. Tenslotte kan een aantal minder essentiële eigenschappen in één adem en zonder toelichting worden genoemd: geringe kwetsbaarheid, gemakkelijke bedienbaarheid, betrouwbaarheid, aantrekkelijk aanzien, klein gewicht en niet te hoge prijs.

B. Historisch overzicht.

Laten we in een kort overzicht nagaan welke instrumenten in de loop der jaren zijn gebruikt en hoe men deze heeft ontwikkeld om de gestelde voorwaarden in voldoende mate te benaderen.

De zeer oude multiplicator (voorloper van de galvanometer), die slechts in staat was het bestaan van een elektrisch effect tijdens de hartslag kwalitatief aan te tonen, kunnen we onbesproken laten.

Het eerste bruikbare instrument was:

1°. De capillair-electrometer.

Dit apparaat, in 1873 door Lippmann te Parijs uitgevonden, bestond in zijn eenvoudigste vorm uit een dunne U-vormige buis, gevuld met kwik en zwavelzuur en voorzien van twee elektroden (fig. 7).

Reeds een klein potentiaalverschil tussen deze beide laatste veroorzaakt polarisatie aan de grenslaag tussen de beide vloeistoffen en de, weer als gevolg hiervan, veranderende oppervlaktespanning doet de meniscus van het kwik stijgen en dalen, afhankelijk van de poling en, ten naaste bij, evenredig met de aangelegde spanning.

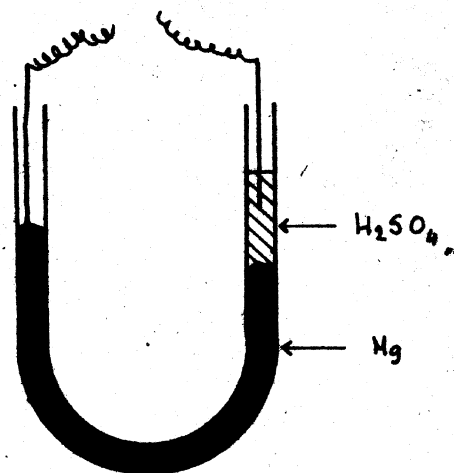


fig 7.

Lippmann's capillair-electrometer.

De inwendige weerstand kon tot vrij hoge waarden worden opgevoerd. Registratie geschiedde met behulp van de fotografische plaat.

De prestaties van dit instrument (dat inmiddels voorgoed naar het museum is verwezen) waren, door de grote traagheid en de inwendige wrijving van de kwikkolom, verre van ideaal en het zou de bespreking niet waard zijn geweest als het niet het uitgangspunt had gevormd van een revolutionnaire ontwikkeling.

Het is Einthoven geweest, die - als medicus! - de fysische eigenschappen van de capillair-electrometer tot in de finesses leerde kennen, door de differentiaalvergelijking van het systeem op te schrijven en op te lossen. Hij heeft de geregistreerde curven mathematisch geanalyseerd en er het "ware" ECG uit berekend! Latere metingen hebben zijn uitkomsten volledig bevestigd.

Niet tevreden met deze resultaten en op zoek naar een elegantere meettechniek, kwam hij tot de constructie van

2°. De snaargalvanometer.

Deze is in essentie een 2 à 5 μ m dikke, verzilverde of vergulde, kwartsdraad (de "snaar"), verticaal gespannen tussen de poolschoenen van een (electro)magneet.

Zoals bekend berust de werking op de Lorentzkracht: sluit men

de te meten spanning aan de beide uiteinden van de snaar aan, dan zal een elektrische stroom gaan lopen, die de draad onder invloed van het sterke magnetische veld in zijwaartse richting uit haar evenwicht trekt. De bewegingen zijn zo gering, dat ze door een microscoop moeten worden bekeken of fotografisch geregistreerd. De snelheid, die afhankelijk is van de eigenfrequentie van het bewegende systeem (dus van de dikte en spanning der snaar) en van de demping (dus van het magneetveld), is aanzienlijk beter dan bij de capillair-electrometer. Ook de gevoeligheid (eveneens bepaald door de snaarspanning - maar in omgekeerde zin - en door de magnetische veldsterkte) kan veel hoger worden opgevoerd. De inwendige weerstand is ongeveer $10^4 \Omega$.

Een beperking aan de snelheid werd gesteld door de te grote dikte van de, op zichzelf toch zeer dunne, snaar. (Hoe fijn de draden die Einthoven maakte wel waren, wordt gedemonstreerd door het volgende voorval: de pogingen nog dunnere exemplaren te maken dan voorheen leken steeds weer te mislukken. Op zekere dag drong een ongewone lichtstraal binnen en veroorzaakte een fijne glinstering: de experimenteerterruimte bleek vol te zijn van zwevende kwartsdraden!).

Inmiddels is ook de snaargalvanometer vrijwel overal de weg naar het museum gegaan en heeft zij plaats moeten maken voor

3°. De elektronische apparatuur.

De toepassing van de electronica in de electrocardiografie heeft een grote stap vooruit betekend. Zij bood namelijk de mogelijkheid om aan vrijwel alle, hiervoor genoemde, eisen tegelijk te voldoen. Als eerste punt mag wel worden genoemd de grotere ingangsimpedantie (ongeveer $10^7 \Omega$), die allerlei onaangename methoden om de huidweerstand te verminderen, onnodig maakte (pag 11). De gevoeligheid kan naar willekeur worden gekozen, gevolg van de, in beginsel, onbegrensde versterkingsmogelijkheid.

De hiervoor besproken instrumenten waren steeds zelf de indicator. De electronica heeft, naast de versterkers (die vroeger wel in combinatie met snaargalvanometers zijn gebruikt) ook een - op zichzelf ongevoelige - indicator opgeleverd: de electronenstraaloscilloscoop. De kleine waarde van het quotient $\frac{m}{e}$ voor een

electron ¹⁾ maakt dit apparaat zo snel, dat de aanwijstijd van de spanningsmeter als geheel, bepaald wordt door de eigenschappen van de voorgeschakelde versterker.

Tenslotte mogen, vooral in verband met het gebruik in medische handen, niet onvermeld blijven gunstige eigenschappen als: eenvoudige bediening, bedrijfszekerheid (geen snaarbreuk als gevolg van overspanning!) en geringe omvang (dit laatste vooral sinds het verschijnen van de transistor).

C. Registratietechniek.

In de ontwikkelingsgang der instrumentatie neemt die der registratietechniek een enigszins aparte plaats in. Zij verdient dan ook een aparte bespreking.

Zowel de bewegingen van de kwikkolom der capillair-electrometer, als die van de snaar in het toestel van Einthoven, werden vastgelegd op de fotografische plaat. Ook de oscilloscoop maakt van deze methode gebruik, al kan de optische opstelling eenvoudiger zijn. De - verouderde - plaat is daarbij tegenwoordig vervangen door een rol gevoelig papier.

Het gebruik van de fotografie als registratie-methodiek heeft enkele nadelen, die niet onvermeld mogen blijven: vooral in de medische praktijk wordt de tijd, nodig voor het afwerkingsproces, dikwijls gevoeld als een hinderpaal. Zowel patient als medicus ziet graag onmiddellijk resultaten. Dit laatste geldt eveneens voor de experimenterende fysicus, die soms niet direct kan nagaan of een bepaalde instelling van zijn apparatuur al of niet juist is, met andere woorden het "sturen" naar een zeker doel is dikwijls niet goed mogelijk.

Dit heeft de behoefte doen gevoelen aan zogenaamde directe schrijvers. We zullen er enkele noemen.

1°. De penschrijver, bestaande uit een pen met inktreservoir aan het einde van een meer of minder lange arm. Het in korte tijd

1) De insteltijd van een oscilloscoop wordt bepaald door de tijd, die een electron nodig heeft om tussen de afbuigplaten door te lopen. De loopsnelheid van een electron, bepaald door $\frac{1}{2}mv^2 = eV$, is groot, omdat $\frac{m}{e}$ zeer klein is.

realiseren van een zekere uitslag vereist, bij de betrekkelijk grote massa, vrij veel energie. De moderne versterkers kunnen hieraan ruimschoots voldoen, doch een groot probleem vormt de frequentie: men kan de eigenfrequentie van het systeem natuurlijk zo hoog opvoeren als men wil, maar daarmee zijn niet de problemen opgevangen, die ontstaan door bijvoorbeeld doorbuiging van de arm. In de praktijk blijft het frequentie-bereik dan ook beperkt tot ongeveer 100 Hz.

2. De warme wijzer (fig. 8). Een electrisch verhitte metalen draad rust op een draaiende trommel. Over de trommel loopt een strook zwart papier, voorzien van een dunne witte laag van een stof met voldoende laag smeltpunt. Het kleine aanrakingsvlak tussen draad en papier maakt het mogelijk uiterst fijne en contrastrijke lijntjes te trekken. Een bijzonder voordeel van deze schrijver is, dat de uitslagen steeds werkelijk evenwijdig aan de trommelas worden opgetekend, terwijl de pen (1°) een deel van een cirkel beschrijft. Om dezelfde reden als boven ligt ook hier de maximale frequentie bij ongeveer 100 Hz.

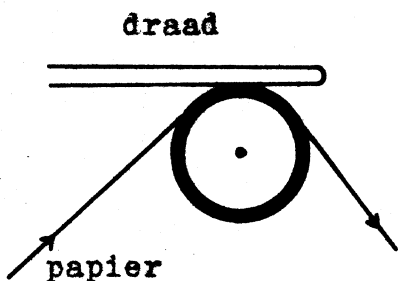


fig 8.

De warme wijzer.

- 3°. De vloeistofstraal. Door een dun, omgebogen buisje wordt inkt geperst tot een zeer dun straaltje. Dankzij de geringe massa van het buisje, kan de eigenfrequentie worden opgevoerd tot ongeveer 800 Hz. Een voorbeeld van zulk een toestel is de "Mingograaf". Is het toestel een meer-kanalen schrijver, dan kan zich een moeilijkheid voordoen: het geringste vuiltje in de monding van het pijpje kan de vloeistofstraal over een zekere hoek doen afwijken. Is deze afwijking juist in dezelfde of tegengestelde zin als de looprichting van het papier, dan kan een schijnbaar tijdsverschil tussen de kanalen worden geïntroduceerd.

- 4°. De snelle fotografie. In de laatste tijd is veel aandacht besteed aan het zeer snel ontwikkelen van fotografisch materiaal. Het is nu reeds mogelijk binnen één minuut na de registratie het beeld te zien. Een verdere "ontwikkeling" op dit gebied kan worden verwacht.

HOOFDSTUK 4.

Electrodenplaatsen en ECG.

Voor de registratie van een potentiaalverschil als functie van de tijd (een zogenaamde afleiding) brengt men twee electroden aan,

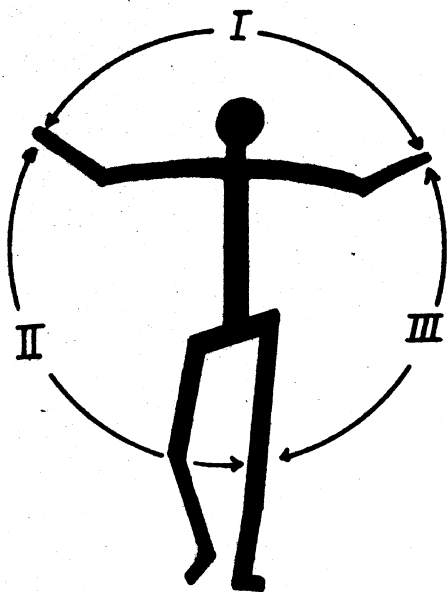


fig 9.

$$I = V_L - V_R \quad II = V_R - V_F$$

$$III = V_F - V_L$$

ergens op het lichaamsoppervlak. In beginsel bestaan hiervoor ∞^2 mogelijke keuzen ¹⁾. Het is Einthoven geweest, die - pionier in de electrocardiografie als hij was - hierin uniformiteit heeft kunnen brengen (pag.30). Hij localiseerde de electroden op de rechterarm (R), linkerarm (L) en linkerbeen (F) : de ook nu nog gebruikte afleidingen I, II en III opleverend (fig.9). Dat een nadere plaatsaanduiding niet nodig is, kan men begrijpen uit het feit, dat de elektrische stroom zò weinig in de extremiteiten doordringt, dat zij als equipotentiaalruimten mogen worden beschouwd.

Voor de afleidingen van elk drietal electroden, dus ook voor die van de extremiteiten, geldt de somregel van Einthoven:

$$I + II + III = (V_L - V_R) + (V_R - V_F) + (V_F - V_L) = 0. \quad 2) \quad (1).$$

1) Men zou kunnen denken, dat dit aantal ∞^4 moest zijn, namelijk ∞^2 mogelijke keuzen voor elk der electroden, doch men ziet direct in, dat, aangezien we potentiaalverschillen meten, we het bij ∞^2 kunnen laten! (Zie ook de somregel van Einthoven op deze pagina).

2) In de medische literatuur is men gewoon de 2^o afleiding aan te duiden met $V_F - V_R$. Dan geldt dus, met $II^* = -II$: $I + III = II^*$.

In de inleiding is er al op gewezen, dat men dikwijls heeft gezocht naar het antwoord op de - uit medische kring stammende - vraag: "Hoe zit het nu met de potentialen van elk der extremiteiten apart?" Het naar voren komen van dit - tot op zekere hoogte oplosbare - probleem is op zichzelf niet onbegrijpelijk, doch toont wel de wankelende fysische basis waarop men vroeger heeft gewerkt. Wij weten nu, dat de vraag zonder enige zin is, maar het heeft, helaas, vele jaren geduurd vóór de fysicus - aanvankelijk ook schoorvoetend op dit voor hem wat ongewone terrein - dergelijke dwaalwegen weer heeft kunnen doen aansluiten op het rechte pad.

De wens "een potentiaal" te kunnen meten heeft intussen geleid tot de invoering van de zogenaamde Central Terminal (C.T.) (Wilson): Verbindt men de elektroden der drie extremiteiten via drie gelijke weerstanden (die groot moeten zijn ten opzichte van de weerstand van de huid, doch klein in vergelijking met de ingangsimpedantie van het meetinstrument) met elkaar (fig. 10), dan verkrijgt men een punt (C.T.), dat als referentiepunt kan dienen bij het meten van spanningen aan het menselijk lichaam.

In het verleden was men gewoon voor "de" potentiaal van de C.T.

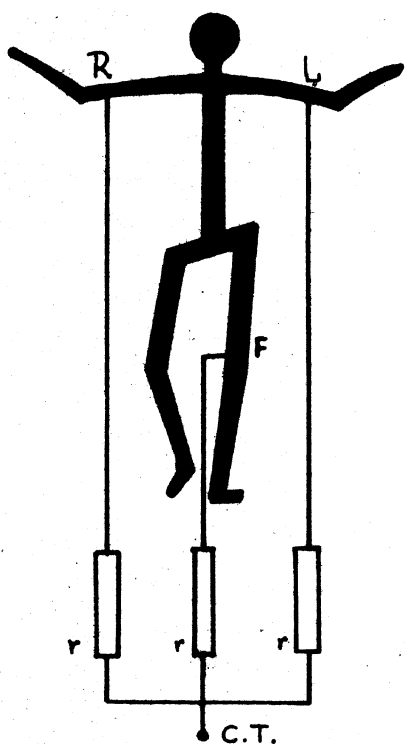


fig 10.

De Central Terminal.

nul te nemen of er een - gedurende de hartslag - constante potentiaal aan toe te kennen. Beide beweringen zijn onjuist. Wel kan men zeggen, dat V_{CT} op elk moment het gemiddelde is van V_R , V_L en V_F (ten opzichte van een willekeurig ander punt) :

$$\frac{V_R + V_L + V_F}{3} = V_{CT} \quad (2).$$

Dat dit zo is, ziet men in door aan te nemen dat de ingangsimpedantie van de apparatuur zó groot is, dat van de C.T. geen stroom loopt naar het apparaat. In dat geval mag men immers, volgens de eerste wet van Kirchhoff, schrijven:

$$\frac{(V_R - V_{CT})}{r} + \frac{(V_L - V_{CT})}{r} + \frac{(V_F - V_{CT})}{r} = 0. \quad (3).$$

Ten opzichte van de Central Terminal kunnen we de spanning in elk punt op of in het lichaam meten, bijvoorbeeld $V_R - V_{CT}$. Men ziet gemakkelijk dat

$$V_R - V_{CT} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(V_R - V_L) + (V_R - V_F)}{2} = \frac{2}{3} \left(V_R - \frac{V_L + V_F}{2} \right) \quad (4).$$

Hoewel hier niets ongerechtigs geschiedt, zij er toch op gewezen, dat men op deze wijze wat omslachtig te werk gaat en zeker niet méér informatie verkrijgt, dan wanneer men enig ander punt op het lichaam als referentie had gekozen. Wel komt men iets meer te weten, indien buiten de drie extremiteten-electroden, ook andere worden aangebracht. Fig. 11 geeft weer hoe men de electroden in de praktijk van de kliniek pleegt te kiezen.

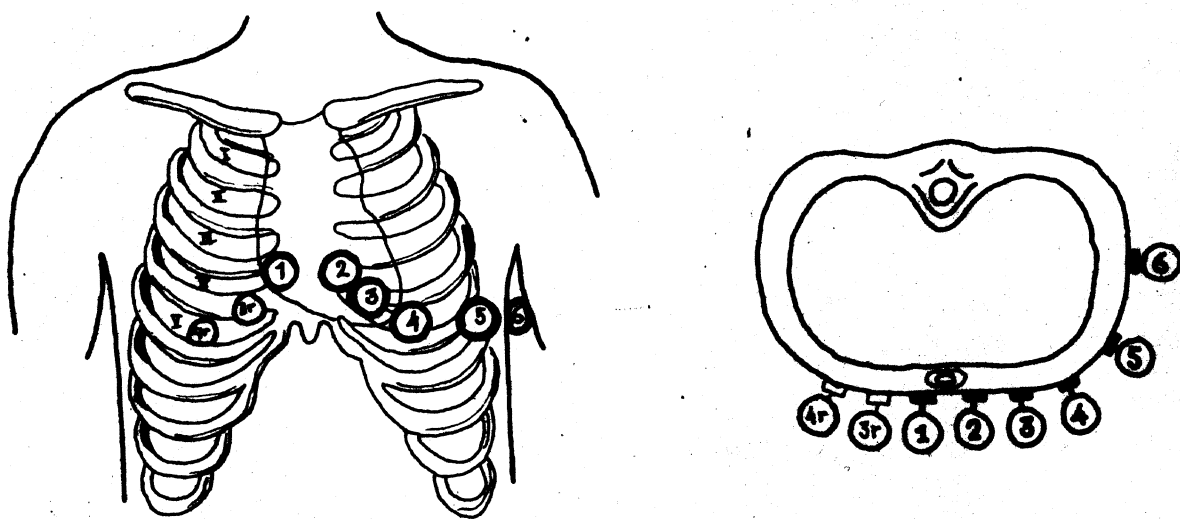
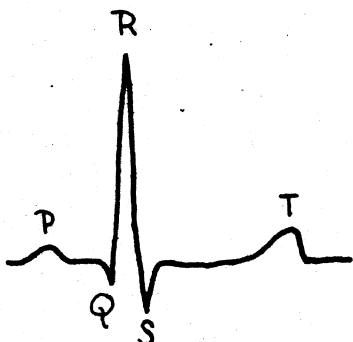


fig 11.

De gebruikelijke plaatsing der electroden.



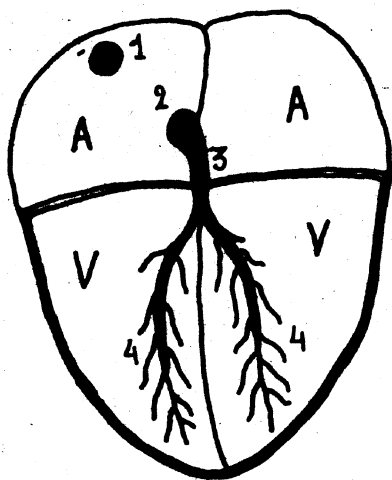
De grondvorm van een electrocardiogram is geschetst in fig. 12. De, internationaal gebruikte, aanduiding van de markante punten, waarin de

fig 12.

Grondvorm ECG.

waarde extreem is, met de letters P, Q, R, S en T is afkomstig van Einthoven. Om de curve in verband te kunnen brengen met wat zich in het hart afspeelt, zullen we in het kort nog iets zeggen over de anatomie (In hoofdstuk 2 is dit onderwerp gedetailleerd behandeld).

De contractie van de hartspier wordt niet, zoals bij andere spieren, veroorzaakt door een impuls uit het zenuwstelsel. Het hart (fig.13) beschikt over een eigen gangmaker: de sinusknop, een ge-



- 1 = sinusknop
- 2 = atrioventriculairknop
- 3 = bundel van His
- 4 = bundeltakken
- A = atrium
- V = ventrikel

fig 13.

Schematische voorstelling van het hart.

deelte van de hartspier met een eigen, enigszins ongedifferentieerde opbouw. Een prikkel uit deze laatste afkomstig, kan zich in korte tijd over de spierwand van de voorkamers verbreiden en zo een contractie daarvan bewerkstelligen. De excitatie van de voorkamerwand prikkelt de z.g.n. atrioventriculaire knop, vanwaar door de bundel van His (welke de niet-prikkelbare, uit bindweefsel bestaande, wand tussen voorkamers en kamers doorboort) de verdere geleiding naar de kamers plaats vindt. In de ventrikels splitst het geleidingsstelsel zich in de twee z.g.n. bundeltakken, van waaruit weer een zich steeds fijner vertakkend stelsel de prikkels voert tot in de hartspier. Het spierweefsel zelf zorgt voor de verdere geleiding van cel tot cel.

Een hartcyclus verloopt nu globaal als volgt: de door de sinusknop geprikkelde atria contraheren het eerst. Een geringe traagheid in de prikkelgeleiding door de atrioventriculaire knop en de bundel van His, doet de ventrikel-contractie kort daarna plaats vinden (deze vertraging is normaal ongeveer 0,20 sec., de PQ-tijd in het ECG). Rechter- en linker harthelft werken vrijwel

gelijktijdig.

Van het ontstaan der elektrische effecten in het hart kan men zich als volgt een voorstelling maken : het geexciteerde gedeelte van de hartspier wordt door een dunne grenslaag gescheiden van het deel, dat nog in actie moet komen. Tussen beide zijden van de grenslaag bestaat een potentiaalverschil en wel zodanig, dat de potentiaal aan de geexciteerde zijde lager is dan die aan de andere kant (dubbellaag). Zo wordt een elektrisch veld veroorzaakt, in tijd en plaats variërend met de hartslag (Details van het bovenstaande zullen later worden besproken, hoofdstuk 16).

Het ECG kan nu als volgt worden geïnterpreteerd :

P-top ~ atriumcontractie (z.g.n. excitatie of depolarisatie).
QRS-complex ~ ventrikelcontractie (excitatie of depolarisatie).
T-top ~ verslapping van de ventrikels, een herstelproces
(z.g.n. relaxatie of repolarisatie).

In het gebied tussen T en Q verkeren de ventrikels in de rust- of gepolariseerde toestand.

Hoe bijzondere vormen van het ECG in verband gebracht kunnen worden met pathologische toestanden, zal niet worden behandeld.

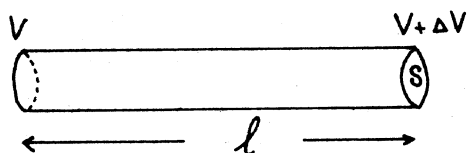
HOOFDSTUK 5.

De elektrische dipool.

Op het moment dat de fysica zich bezig ging houden met de problemen van de electrocardiografie, lag al een goed deel van de daarop toepasbare theorie klaar. Vòòr de toepassing zelf aan bod komt, moeten enige wetmatigheden uit de electriciteitsleer worden besproken. Vooral aan het, voor de vectorcardiografie zo wezenlijke, begrip dipool zal enige aandacht worden geschonken.

Vragen wij ons af, hoe de fysica de verschijnselen beschrijft, die optreden bij stroomdoorgang door een medium, dan komen wij in eerste instantie terecht bij de wet van Ohm. Zien we af van complicaties, zoals polarisatie, die voor onze beschouwingen geen essentiële rol spelen, dan is deze wet ook van toepassing op de electrolytische geleiding, zoals deze optreedt in het menselijk lichaam.

Denkt men zich, analoog aan de bekende geleidende draad, een homogeen, isotroop stukje weefsel in de vorm van een cilindertje (fig. 14), tussen welks uiteinden een potentiaalverschil ΔV be-



staat, dan kunnen we voor de stroom, die door het cilindertje loopt, schrijven:

$$I = \frac{\Delta V}{R} \quad (5).$$

fig 14.

Weefsel-cylindertje.

Of, met $R = \frac{l}{\sigma S}$, waarin σ het specifiek geleidingsvermogen, S het oppervlak van de doorsnede

en l de lengte van het cilindertje voorstelt:

$$I = \frac{\Delta V \sigma S}{l}$$

specifiek weerstand = ρ (Ohm cm)
 $R = \rho \frac{l}{S} \rightarrow \rho = R \frac{S}{l}$ (6).

Voor de stroomdichtheid j (= stroom per oppervlakte-eenheid), vinden we:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{\Delta V \sigma}{l} = \sigma E \quad (7).$$

waarin E = de elektrische veldsterkte.

De zo verkregen uitdrukking leent zich nu goed voor generalisatie, d.w.z. voor een beschrijving van meer algemene problemen waarbij we niet, zoals hierboven, te maken hebben met homogene potentiaalvelden.

Laten nu dus E , σ en dus j functies zijn van de plaats (dus van x , y en z). De uitdrukking voor de stroomdichtheid wordt dan een vectorische betrekking, die, wanneer we ons beperken tot isotrope media - waarvoor $\sigma(x,y,z)$ een scalaire grootte is - genoteerd kan worden als:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (8).$$

Uiteraard voldoet het menselijk lichaam met al zijn verschillende soorten weefsel niet aan de voorwaarde van isotropie, doch de complicaties, die hierdoor optreden zullen we buiten beschouwing laten.

Bekijken we nu van het weefsel een volume-elementje $dx dy dz$, dan zal daar steeds evenveel elektrische lading uitvloeien als er in gaat (stationnaire stroming) of, in formule:

$$\int (\vec{j} \cdot d\vec{O}) = 0 \quad (9).$$

M.b.v. de stelling van Gauss: $\int (\vec{j} \cdot d\vec{O}) = \int \text{div } \vec{j} dV$ (hier is V een volume) kunnen we dit schrijven als:

$$\text{div } \vec{j} = \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} = 0 \quad (10).$$

Combinatie met de bekende betrekking:

$$\vec{E} = -\text{grad } V = - \left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z} \right) = -\nabla V \quad (11).$$

geeft voor $\text{div } \vec{j}$ (voor een homogeen medium) :

$$\text{div } \vec{j} = -\sigma \text{div grad } V = -\sigma \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) = -\sigma \nabla^2 V = 0. \quad (12).$$

of wel,

$$\nabla^2 V = 0 \quad (\text{vergelijking van Laplace}) \quad (13).$$

Hoe zal nu de formulering zijn voor een elementje van de hartspier zelf? Aangezien juist hier de elektrische verschijnselen hun oorsprong vinden zal daarvan in de beschrijving met locale grootheden iets moeten blijken.

Het is gemakkelijk in te zien, dat een eenvoudige extra term in de uitdrukking voor \vec{j} , juist het gezochte verschil geeft tussen de stroomdichtheid van een volume-elementje buiten en één in het hart. Noemen we de motorische veldsterkte \vec{E}^* en de motorische stroomdichtheid \vec{j}^* , dan geldt:

$$\text{buiten het hart: } \vec{j} = \sigma \vec{E} = - \sigma \nabla V \quad (14).$$

$$\text{binnen het hart: } \vec{j} = \sigma \vec{E} + \sigma \vec{E}^* = - \sigma \nabla V + \vec{j}^* \quad (15).$$

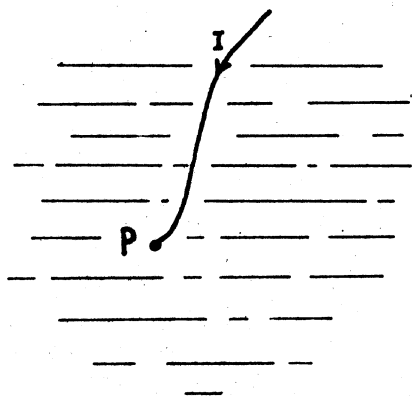
Voor beide gevallen geldt: $\text{div } \vec{j} = 0.$

De extra term $\sigma \vec{E}^* \equiv \vec{j}^*$ voor de hartsplier is nu precies de grootheid waar het bij de electrocardiografie om gaat. Immers, juist hierdoor wordt de elektrische werking van het hart - veroorzaakt door de electrolytische processen in de spierweefsels - gekarakteriseerd. Het vinden van deze \vec{E}^* als functie van plaats en tijd moet ons de informatie geven omtrent normale of abnormale functionering van het hart. Hieraan dient direct te worden toegevoegd, dat het principieel onmogelijk is deze grootheid uit metingen van potentiaalverschillen op het oppervlak van het lichaam te bepalen; doch wel kan men trachten er zoveel mogelijk van te weten te komen.

Met behulp van het bovenstaande zullen we op enkele, zuiver fysische, verschijnselen wat verder ingaan, om later, met de hieruit verkregen kennis gewapend, weer tot het hart terug te keren.

Bekijken we eens een homogeen, isotroop en oneindig uitgestrekt medium, waaraan op een bepaalde plaats P een stroom I wordt toegevoerd (bv met een lange draad die, behalve aan het uiteinde, overal is geïsoleerd) en in het oneindige weer wordt afgenomen

(monopool, fig. 15). Het eerste dat hierover kan worden opgemerkt is, dat de stroom zich om het punt van invoer bolsymmetrisch zal verdelen. De stroomdichtheid op afstand r van P wordt dan:



$$j_r = \frac{I}{4 \pi r^2} \quad (16).$$

of, met $j_r = \sigma E_r$:

$$j_r = \sigma E_r = - \sigma \frac{dV}{dr} = \frac{I}{4 \pi r^2} \quad (17).$$

fig 15.
Monopool.

Integreren we (17) en kiezen we vervolgens als randvoorwaarde $V_{\infty} = 0$, dan vinden we voor de potentiaal op afstand r van P:

$$V = \frac{I}{4\pi\sigma r} \quad (18).$$

Denken we ons nu niet één, maar twee draden in het medium gestoken, waarvan de ene de stroom toe-, de andere afvoert, m.a.w. twee polen, een positieve en een negatieve - een z.g.n. stroomdublet - , dan kunnen we ook hier vragen naar de potentiaal in een willekeurig punt Q (fig. 16). We geven Q aan door de afstand r , gerekend t.o.v. het midden van de verbindingslijn δ der beide polen en de hoek θ , die r met δ maakt. V vinden we nu door superpositie van de potentialen, veroorzaakt door elk van de beide polen apart, dus:

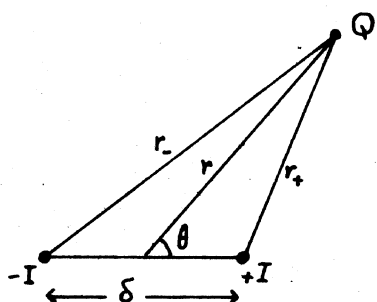


fig 16.
Stroom -dublet.

$$V = \frac{I}{4\pi\sigma} \left(\frac{1}{r(+)} - \frac{1}{r(-)} \right) \quad (19).$$

Kiezen we $\delta \ll r$, dan kunnen we hiervoor schrijven:

$$V = \frac{I \delta \cos \theta}{4 \pi \sigma r^2} \quad (20).$$

Laten we nu δ tot nul naderen en tegelijkertijd I tot oneindig, terwijl we het product $I \delta \equiv D_1$ constant houden, dan krijgen we dus als limiet een dipool en we kunnen het veld beschrijven door:

$$V = \frac{D_1 \cos \theta}{4 \pi \sigma r^2} \quad (21).$$

Bij de beschrijving van de elektrische verschijnselen van het hart, zal telkens weer blijken, ~~walk~~ een belangrijke plaats het begrip dipool daarin inneemt en daarom zullen we hierop nog wat dieper ingaan, en wel door het probleem nog van twee andere zijden te benaderen.

a. We denken ons een bolvormig gedeelte van een homogeen, oneindig uitgebreid en geleidend medium. Binnen dit gedeelte veronderstellen we een willekeurig groot aantal polen aanwezig, positieve en negatieve, en wel zó, dat we zowel de stromen kennen, die het medium binnenkomen en weer verlaten, als van elke pool de coördinaten, in een coördinatensysteem, waarvan we de oor-

sprong in het middelpunt van de bol hebben gekozen.

Weer vragen we naar de potentiaal V in een punt Q buiten de bol, op afstand r van het centrum (fig. 17). In principe kunnen we V

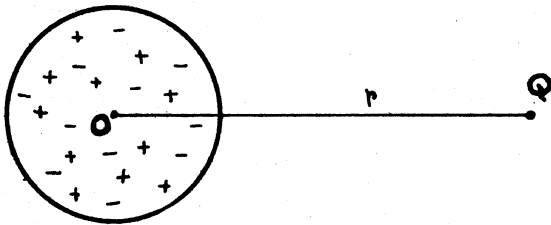


fig 17.

Stroompolen in een geleidend medium.

natuurlijk vinden, door de potentiaal, veroorzaakt door elke pool, op te schrijven en te sommeren over alle polen. Iets essentieel nieuws zal daarbij natuurlijk niet te voorschijn komen. Beter kunnen we proberen V te ontwikkelen in een machtreeks in r (zie ook pag.123).

Aangezien de keuze van een

oneindig uitgestrekt medium ook $r = \infty$ toelaat en de reeks natuurlijk moet convergeren, zal deze alleen negatieve machten van r mogen bevatten. Zo kunnen we schrijven:

$$V = \frac{\phi_1}{r} + \frac{\phi_2}{r^2} + \frac{\phi_3}{r^3} + \dots + \frac{\phi_1}{r^1} + \dots \quad (22).$$

(alleen geldig buiten de bol!), waarin ϕ_1 een functie is van de richting van de voerstraal naar Q en zo gekozen moet worden, dat $\nabla^2 V = 0$ (zie hoofdstuk 15, pag.116).

Nu werd het veld van een monopool beschreven door

$$V = \frac{I}{4 \pi \sigma r}, \text{ met andere woorden, de eerste term stelt niets}$$

anders voor dan de potentiaal van de totale monopool, gevormd door alle polen bij elkaar. Aangezien V moet voldoen aan de vergelijking van Laplace: $\nabla^2 V = 0$ en we bovendien aannemen, dat in het totaal geen stroom in of uit de bol gaat, is deze term in ons geval nul. Op analoge wijze zien we, dat de tweede term de potentiaal van de totale dipool moet voorstellen, terwijl de volgende termen polen van hogere orde representeren. Eis voor de praktische bruikbaarheid van deze voorstelling is natuurlijk, dat de reeks snel convergeert.

- b. Tenslotte behandelen we een eenvoudig en geheel doorrekenbaar geval. We beschouwen weer een homogene, geleidende en zich oneindig uitstreckende ruimte. In een bolvormig gedeelte hiervan (straal a) werkt een bekende, constante, homogene motorische veldsterkte \vec{E}^* in de x -richting (fig. 18). (Het coördinaten-

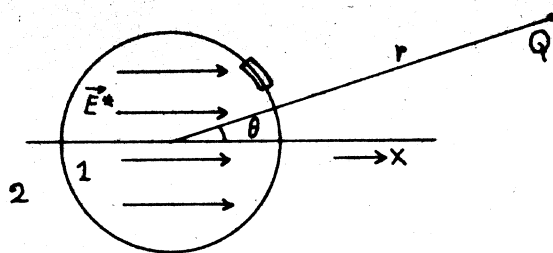


fig 18.

Homogene motorische veldsterkte.

$$\vec{j} = -\sigma \nabla V + \sigma \vec{E}^* \quad (15).$$

met $\vec{E}^* = \text{constant}$ voor $r \leq a$
 en $\vec{E}^* = 0$ voor $r > a$
 en $\text{div } \vec{j} = 0$ voor alle r , met randvoorwaarden
 voor $r = a$.

We moeten nu uitdrukkingen zien te vinden voor V_1 en V_2 , beiden als functie van r en θ . Voor V_1 zullen we een relatie verwachten met een positieve macht van r , omdat binnen de bol de potentiaal eindig moet blijven, terwijl in de formule voor V_2 , r met een negatieve macht zal voorkomen, opdat voor $r \rightarrow \infty$, $V \rightarrow 0$. Verder moet in beide gevallen voldaan zijn aan $\nabla^2 V = 0$. Het blijkt dan, dat we kunnen schrijven:

$$V_1 = Ar \cos \theta = Ax \quad (23).$$

$$\text{en } V_2 = \frac{B \cos \theta}{r^2} \quad (24).$$

waarin A en B constanten zijn, d.w.z. onafhankelijk zijn van de coördinaten r en θ . De vergelijkingen (23) en (24) (waarvan de laatste weer de potentiaal ten gevolge van een dipool voorstelt) zullen hun rechtvaardiging vinden in de volgende berekening.

De constanten A en B zullen we moeten vinden met behulp van de randcondities:

1°. De potentiaal aan het boloppervlak (dus voor $r = a$) moet continu zijn, d.w.z. we moeten daar V kunnen beschrijven zowel met de relatie voor V_1 als met die voor V_2 . Aangezien die potentiaal een éénduidige waarde moet hebben, geldt:

$$A a \cos \theta = B \frac{\cos \theta}{a^2}$$

waaruit volgt:

$$B = a^3 A \quad (25).$$

2°. Voor de tweede randvoorwaarde beschouwen we een dun doosvormig elementje, dat zich voor de ene helft in de bol bevindt en voor de andere helft in ruimte 2. Voor dit elementje geldt, dat de ingaande stroom gelijk is aan de uitgaande ($\text{div } \vec{j} = 0$), dus de normaalcomponent van de stroomdichtheid zal, berekend zowel vanuit 1 als vanuit 2, dezelfde uitkomst moeten geven. Daarmee vinden we een tweede relatie tussen A en B:

$$\begin{aligned}
 & -\sigma \text{grad } V_1 + \sigma E^* \cos \theta = -\sigma \text{grad } V_2. \\
 \text{of } & -A \sigma \cos \theta + \sigma E^* \cos \theta = 2 B \sigma \frac{\cos \theta}{a^3} \quad (26).
 \end{aligned}$$

Combinatie van (25) en (26) geeft voor V_2 :

$$\begin{aligned}
 V_2 &= \frac{E^* \cos \theta a^3}{3 r^2} = \frac{E^* 4/3 \cdot \pi a^3 \cos \theta}{4/3 \cdot \pi 3 r^2} \\
 \text{dus } V_2 &= \frac{E^* \cdot \text{volume} \cdot \cos \theta}{4 \pi r^2} \quad (27).
 \end{aligned}$$

Schrijven we nu nog : $E^* \cdot \text{volume} = D_v$ en $D_v = \frac{D_1}{\sigma}$, dan vinden we juist weer de betrekking, zoals we die voor de potentiaal ten gevolge van een stroomdipool hadden berekend (pag 26 (21)).

(27) is dan de uitdrukking voor een spanningsdipool.

Uit dit vereenvoudigde beeld blijkt dus, dat de termen van hogere orde in de algemene reeksontwikkeling (zie a) hier ontbreken.

Laten we tenslotte nog toe, dat E^* een functie is van de coördinaten dan gaat, zoals men kan inzien, (27) over in een integraalvorm :

$$V_2 = \frac{\int_{\text{vol}} E^* (\vec{r}) \cos \theta d(\text{vol})}{4 \pi r^2} \quad (28).$$

Hierin is de vorm van het volume willekeurig.

HOOFDSTUK 6.

De driehoek van Einthoven.

Vóór we de fysische beschrijving van stroomvelden toepassen op het menselijk lichaam (of modellen daarvan) zullen we eerst kijken naar wat zich, onafhankelijk van de zojuist besproken fysische theorie, in de medische wereld heeft ontwikkeld.

En dan beginnen we bij een gedachtengang, afkomstig van Einthoven ¹⁾, een gedachtengang die, ondanks de beperkingen en gebreken - die Einthoven zelf zich volkomen heeft gerealiseerd - zeer veel navolging heeft gevonden en die beschouwd kan worden als de basis van de moderne vectorcardiografie.

Einthovens redenering kwam ongeveer neer op het volgende: stel dat we verwaarlozen, dat het hart zich niet precies in het midden van het lichaam bevindt. Laten we verder aannemen, dat het menselijk lichaam een volkomen (zowel in- als uitwendige) symmetrie vertoont en, tenslotte, dat we de elektrische werking van het hart mogen voorstellen als een gerichte grootte (fig. 19) - door Einthoven het "manifeste potentiaalverschil" of "manifeste grootte", later de "hartvector" genoemd -. Zou nu op zeker ogenblik deze vector juist gericht zijn langs de longitudinale lichaamsas, dan zou géén potentiaalverschil gevonden mogen worden tussen rechter- en linkerarm. Wanneer daarentegen, de vector een hoek zou maken met "de verticaal", dan zou de horizontale component één der beide armen positief doen zijn ten opzichte van de andere.

Deze beschouwing, die een relatie wil geven tussen de grootte

1) Einthoven heeft op het gebied van de electrocardiografie baanbrekend werk verricht, zò, dat zijn arbeid met de Nobelprijs (1924) is bekroond. Bovendien is zijn betekenis gelegen in het feit, dat hij op dit terrein een grote uniformiteit heeft gebracht. Genoemd zij hier: de gevoeligheid (1 mV ∞ 10 mm, pag 11), de papiersnelheid (25 mm/sec, pag 12), de localisatie der elektroden aan de extremiteiten (pag 18) en de aanduidingen P, Q, R, S en T in het ECG (pag 20).

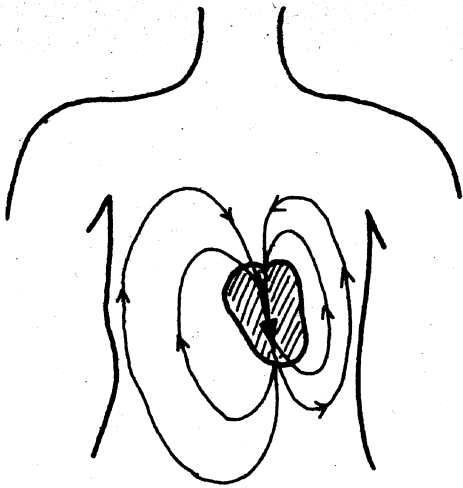


fig 19.

"Momentopname" van de hartvector.

en richting van de elektrische hartwerking en het potentiaalverschil tussen twee punten op het lichaam (voor één bepaald ogenblik!), kan gegeneraliseerd worden. Einthoven doet dit door zich een gelijkzijdige driehoek voor te stellen, waarvan één der zijden gevormd wordt door de verbindingslijn RL tussen rechter- en linkerarm, terwijl het derde hoekpunt de onderzijde van

de romp of, zo men wil, de gebruikelijke plaats van de voetelectrode representeert (fig. 20). Met een zekere benadering zouden dan

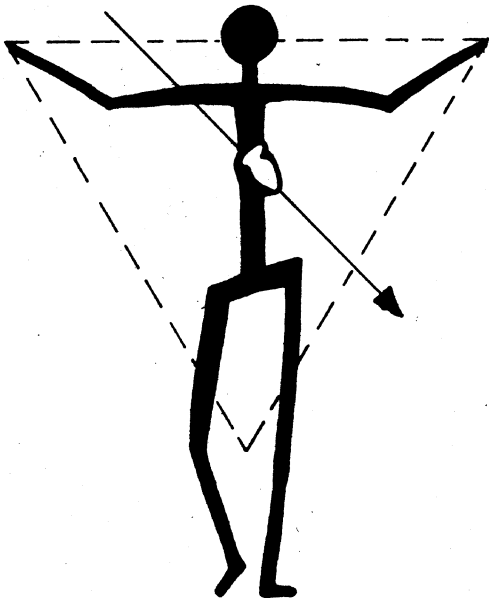


fig 20.

De driehoek van Einthoven.

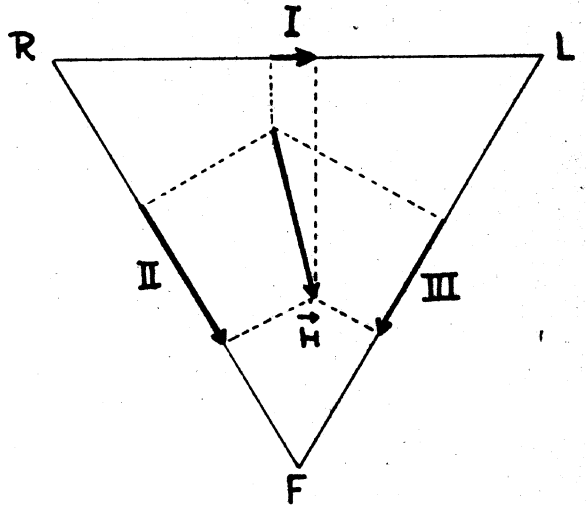


fig 21.

De projecties op de driehoekszijden zijn natuurlijk géén vectoren!

de projecties van de "pijl" op de drie zijden van deze "Einthoven-se driehoek", een maat zijn voor de potentiaalverschillen tussen de extremiteiten (fig. 21).

Dit beeld heeft algemeen ingang gevonden door de eenvoudige en in het oog springende relatie tussen de afleidingen van de extremeiteiten en wat men zich van de hartwerking kon voorstellen. Later zullen we zien, dat het accepteren van de gedachte in deze speciale vorm niet kan worden gehandhaafd. Wel willen we hier nog even een argument aanhalen, dat indertijd zwaar heeft gewogen:

Een stelling uit de planimetrie zegt, dat, als men de projecties van een lijnstuk op de zijden van een gelijkzijdige driehoek, voorzien van de geschikte tekens, optelt, de som nul is. Een mooier bewijs van de exacte juistheid van Einthovens inzichten was nauwelijks denkbaar, immers, passen wij deze stelling hier toe, dan vinden we volledige overeenstemming met de regel, dat de som der potentiaalverschillen tussen R, L en F gelijk nul moet zijn! (pag 18). Vooruitlopend op latere beschouwingen willen we nu reeds laten zien hoe deze (schijn)argumentatie al begint te wankelen, wanneer men bedenkt, dat in werkelijkheid het hart geen geometrisch centrale plaats inneemt, het lichaam zeker niet symmetrisch is en dat er verder geen werkelijke reden is aan te geven, de zijden van de driehoek precies aan elkaar gelijk te kiezen. Een blik op fig. 20 moet ons tenslotte toch wel overtuigen van het onwerkelijke dat er zit in de bewering (want daar komt de redenering toch op neer), dat het verband tussen hartvector en afleidingen afhankelijk zou zijn van de lengte der armen!

De gedachtengang van Einthoven is op verschillende manieren verder (en dikwijls te ver) ontwikkeld. En omdat deze ontwikkeling ons stapje voor stapje gebracht heeft tot de huidige vectorcardiografie, zullen we enkele markante uitingen daarvan uit het verleden iets nader bespreken.

Daar is dan in de eerste plaats de instrumentele aanpassing.

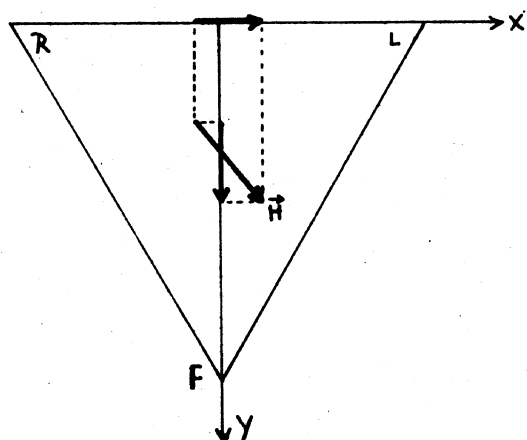


fig 22.

Het twee-dimensionale vlak, waarin men zich de hartvector \vec{H} dacht te bewegen, maakte het mogelijk deze rechtstreeks uit de afleidingen I, II en III te vinden. Een eenvoudig rekensommetje uit de vlakke meetkunde leert, dat de y-component (een coördinatensysteem is aangebracht volgens fig. 22) van \vec{H} te bepalen is als:

Bepaling van de x- en y-component van de hartvector.

$$y = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(V_P - \frac{V_R + V_L}{2} \right) \quad (29).$$

terwijl de x-component zonder meer door $V_L - V_R$ wordt voorgesteld. Met andere woorden: verbindt men de elektroden R en L via gelijke weerstanden met een punt Q, dan geeft het potentiaalverschil tussen P en Q, afgezien van de factor $2/\sqrt{3}$ (die er elektronisch natuurlijk gemakkelijk is in te brengen) rechtstreeks de y-component in de vorm van een spanning. Sluit men deze spanning op het ene platenpaar van een electronenstraalbuis aan en verbindt men $V_L - V_R$ met het andere paar dan kan men zo, gedurende één hartcyclus, de stip op het scherm een kromme laten beschrijven, die overeenkomt met de - twee-dimensionale - baan welke de punt van de pijl, als representant van de hartvector, doorloopt. Door de electronenstraal periodiek te onderdrukken kan men nog een tijdmerk aanbrengen (zie pag. 37). Op deze wijze heeft men dus, al vele jaren geleden, een soort vectorcardiogram (VCG) kunnen opnemen.

Hoe het, tot in uiterste consequentie accepteren van de - op zichzelf zeer waardevolle - driehoeksgedachte, heeft geleid tot absurditeiten zij geïllustreerd aan het feit, dat men een electronenstraalbuis heeft geconstrueerd met drie platen-paren onder hoeken van 60° , waarmee men, door zonder meer de afleidingen I, II en III aan te sluiten, een VCG kon maken. Aan dit, zonder twijfel dure, apparaat werd blijkbaar de voorkeur gegeven boven het gebruik van een paar weerstanden en een normale buis!

Een grote stap vooruit is geweest het loslaten van het platte vlak: Met het aanbrengen van een vierde elektrode, bv op de rug (W) kon de Einthovense driehoek worden uitgebreid tot een gelijkzijdige tetraëder (Wilson) (fig. 23).

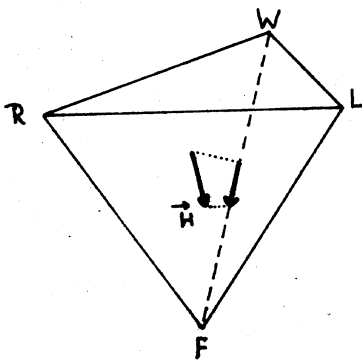


fig 23.

Gelijkzijdige tetraëder.

W = Wilson.

Ook hier ging men er, ten onrechte, van uit, dat de projectie van de hartvector op één van de ribben het potentiaalverschil aangaf tussen de elektroden, overeenkomend met de hoekpunten door die ribbe verbonden.

Maar zo heeft toch langzamerhand de gedachte, dat de elektrische hartactie geen twee-, doch een drie-dimensionaal verschijnsel moest zijn, veld gewonnen. In de voorstelling met de hartvector betekende dit, dat

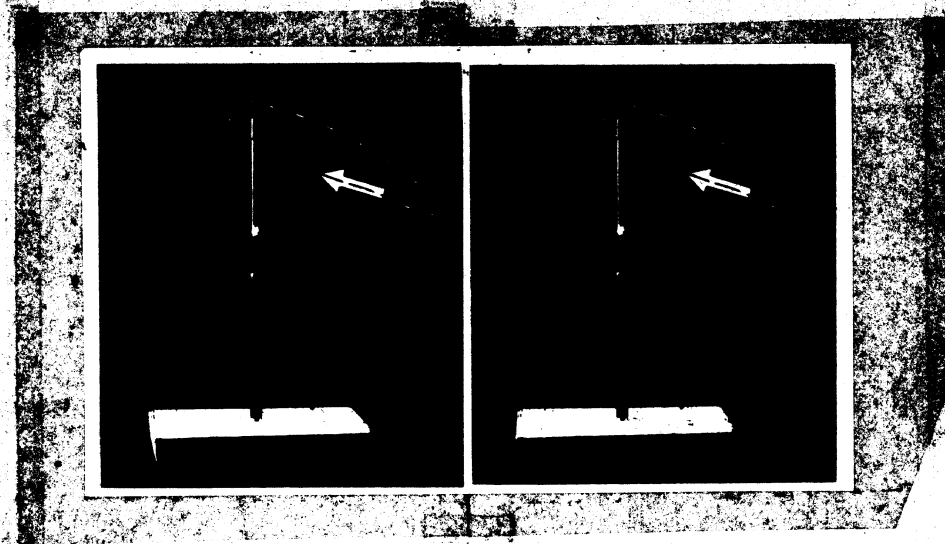


fig 24.

Stereoscopische afbeelding van de ruimte-kromme.

"de pijlpunt" geen vlakke- maar een ruimtelijke kromme moest beschrijven (fig. 24). Het lag, om deze kromme te vinden, voor de hand de hartvector te projecteren op drie onderling loodrechte vlakken. Voor deze laatste koos men: het frontale-, het horizon-

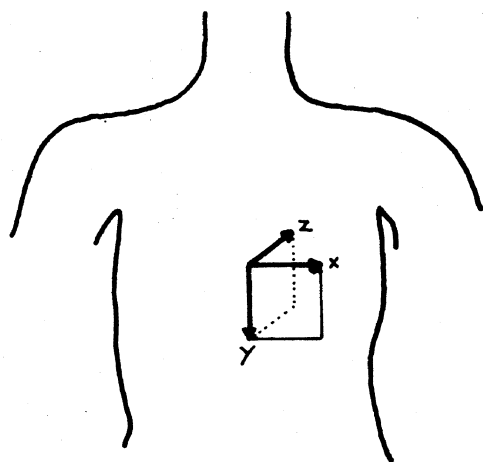


fig 25.

Coördinatenstelsel in het menselijk lichaam.

tale- en het sagittale vlak, of, respectievelijk, het X,Y-, het X,Z- en het Y,Z-vlak (zie fig 25). In de praktijk komt dit neer op het vinden van elk van de componenten X, Y en Z van de hartvector \vec{H} als functie van de tijd uit de potentiaalverschillen, aan het lichaamsoppervlak gemeten. Met behulp hiervan kan men dan elk van de drie projecties (fig. 26) op het scherm van een oscilloscoop laten verschijnen en fotografisch vastleggen.

Men heeft aanvankelijk dikwijls getracht de elektrodenplaatsen zodanig te kiezen, dat elk paar apart slechts één component direct zou weergeven. Het is duidelijk, dat een dergelijke localisatie (men spreekt van zogenaamde kubische systemen), zo die al bestaat, niet zonder meer is te vinden. De meningen hieromtrent waren dan ook zeer verdeeld en daarmee was de, nog steeds voortdurende, chaos op het gebied van de

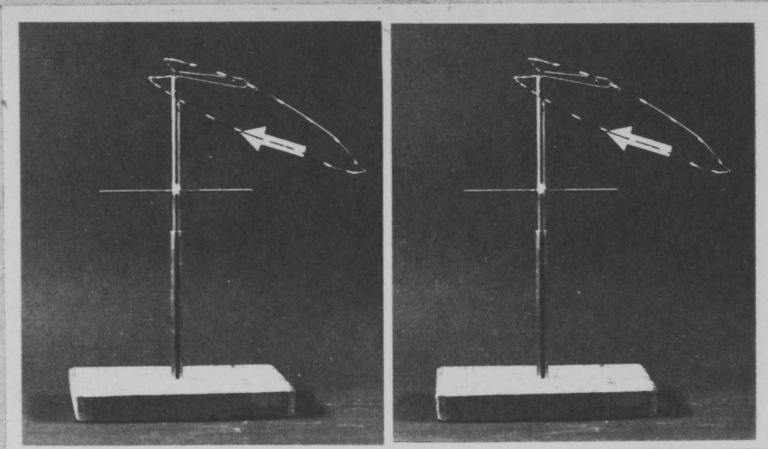


fig 24.

Stereoscopische afbeelding van de ruimte-kromme.

"de pijlpunt" geen vlakke- maar een ruimtelijke kromme moest beschrijven (fig. 24). Het lag, om deze kromme te vinden, voor de hand de hartvector te projecteren op drie onderling loodrechte vlakken. Voor deze laatste koos men: het frontale-, het horizon-

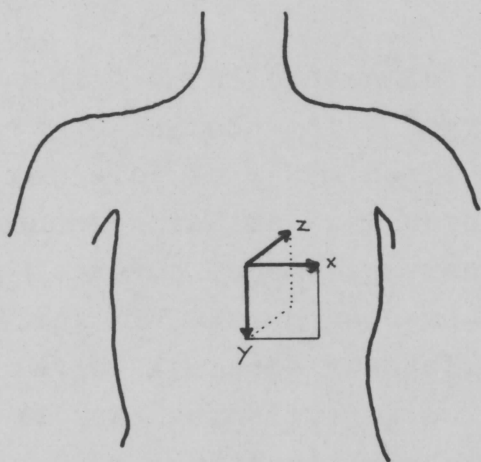


fig 25.

Coördinatenstelsel in het menselijk lichaam.

tale- en het sagittale vlak, of, respectievelijk, het X,Y-, het X,Z- en het Y,Z-vlak (zie fig 25).

In de praktijk komt dit neer op het vinden van elk van de componenten X, Y en Z van de hartvector \vec{H} als functie van de tijd uit de potentiaalverschillen, aan het lichaamsoppervlak gemeten. Met behulp hiervan kan men dan elk van de drie projecties (fig. 26) op het scherm van een oscilloscoop laten verschijnen en fotografisch vastleggen.

Men heeft aanvankelijk dikwijls getracht de elektrodenplaatsen zodanig te kiezen, dat elk paar apart slechts één component direct zou weergeven. Het is duidelijk, dat een dergelijke localisatie (men spreekt van zogenaamde kubische systemen), zo die al bestaat, niet zonder meer is te vinden. De meningen hieromtrent waren dan ook zeer verdeeld en daarmee was de, nog steeds voortdurende, chaos op het gebied van de

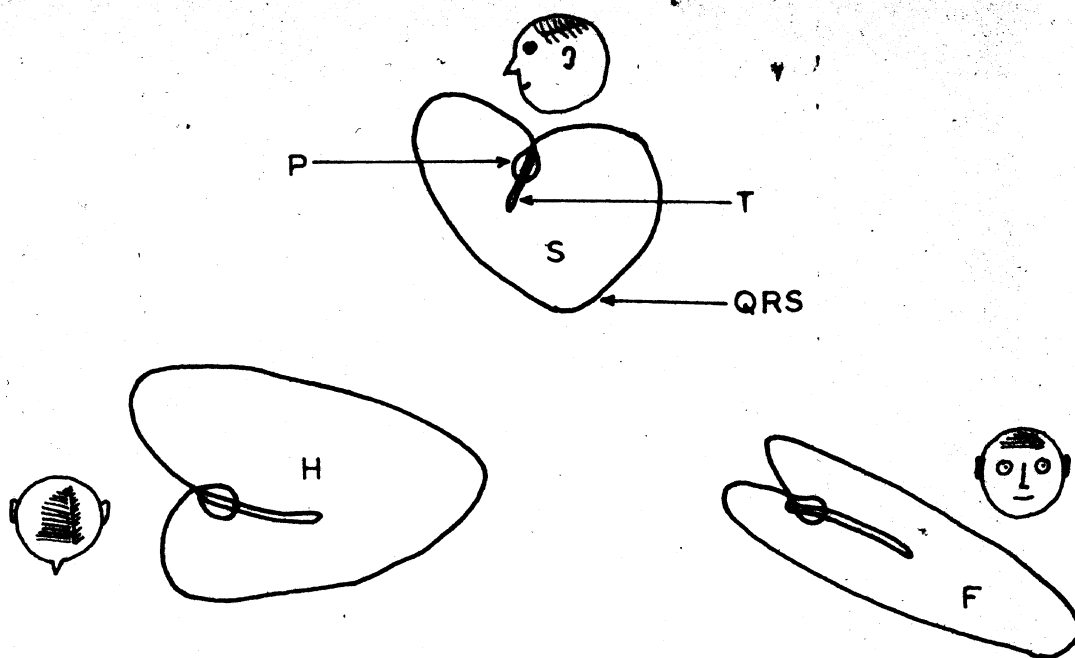


fig 26.

Een VCG. (Zie ook fig.81, pag.140).

F = Frontale projectie (X,Y).

H = Horizontale projectie (X,Z).

S = Sagittale projectie (Y,Z).

vectorcardiografie, een feit geworden.

We zullen niet alle pogingen, de electroden zó te plaatsen, dat men niet te maken heeft met omrekeningsfactoren, en dus de componenten van de hartvector rechtstreeks aan het lichaam kon meten, de revue laten passeren. Immers, de zo ontwikkelde systemen zijn tot mislukking gedoemd, indien zij zijn gebaseerd op intuïtie en niet op fysische grondslag.

Wél zij vermeld, dat in de loop der jaren vele systemen zijn bedacht en nog steeds worden gebruikt, die alle op hun eigen wijze informatie verschaffen aan hun gebruikers. Helaas zijn de vectorcardiogrammen, hierop gebaseerd, nauwelijks met elkaar vergelijkbaar en in feite kan men dan ook spreken van een allerongelukkigste verwarring.

Dit alles doet de vraag rijzen of het werkelijk de moeite waard is, te werken aan de verdere fysische ontwikkeling van de vectorcardiografie in de hoop daarin in de toekomst enige uniformiteit te kunnen brengen. Het lijkt goed daarop op deze plaats wat dieper in te gaan.

En dan mogen de argumentaties pro vectorcardiografie vóór de

bedenkingen contra - uitgaan.

1°. De vectorcardiografie geeft méér informatie dan de electrocardiografie.

Op het eerste gezicht lijkt deze bewering onjuist, want evenals bij de electrocardiografie worden bij de vectorcardiografie potentiaalverschillen gemeten aan het oppervlak van het lichaam. En waarom zou een combinatie van afleidingen meer informatie bevatten dan de afleidingen afzonderlijk? Natuurlijk is hiervan in wezen ook geen sprake, echter, er is een fundamenteel verschil, in de wijze waarop de beide methoden de aangeboden informatie gebruiken! Waar het bij de electrocardiografie gebruikelijk is de afleidingen na elkaar te registreren, geschiedt dit bij de vectorcardiografie noodzakelijkerwijze gelijktijdig en wel zo, dat een VCG essentieel de faseverschillen weergeeft. Dat deze fase ook inderdaad informatie bevat, moge geïllustreerd worden met het feit, dat in sommige gevallen een diagnose gesteld kan worden, die uitsluitend op dit faseverschil is gebaseerd. (We komen hier later nog op terug). Weliswaar worden dikwijls ook bij de electrocardiografie meerdere afleidingen tegelijk geregistreerd, maar dan nog verkeert men omtrent de fase in het ongewisse, aangezien vrijwel geen enkel instrument voor 100% betrouwbaar is met betrekking tot zijn verschuivingen in de tijd. Men kan er trouwens ook weinig informatie uit halen, daar de oplossing in de tijd te klein is.


Een zeker niet essentiële, maar voor de praktijk toch reële, winst aan informatie vindt men in het feit, dat men in de vectorcardiografie gewoon is te werken met iets grotere gevoeligheid.

2°. a. Men krijgt de informatie in een, in vele opzichten, plezieriger vorm. Bij het beoordelen van vectorcardiogrammen (fig. 26) maken wij in hoge mate gebruik van het, dagelijks toegepaste, vermogen bepaalde vormen te interpreteren. Wij herkennen onze medemens "in één oogopslag", het verschil tussen een cirkel en een ellips springt direct in het oog. Ook bij het lezen van electrocardiogrammen maakt men natuurlijk van deze eigenschap gebruik, doch de praktijk wijst uit, dat dit lezen moeilijker wordt geleerd en sneller wordt vergeten.

b. Het gehele elektrische gebeuren tijdens een totale hartcyclus wordt weergegeven en vastgelegd door de gesloten baan,

die de stip op het scherm van de oscilloscoop beschrijft. Het electrocardiogram wordt zo als het ware "opgerold", zodat de informatie een minimum aan plaats inneemt.

c. Meer dan het electrocardiogram sluit het vectorcardiogram aan bij de werkelijke anatomie. De voortstuwing van de electriciteit, de ligging van het hart, het zijn allemaal eenvoudige begrippen, waarvan we ons een voorstelling kunnen maken, en die we in de overzichtelijke registratie terugvinden. Het is begrijpelijk, dat men zich hier meer thuis voelt dan bij de specifiek fysische wijze van weergeven van een in de tijd variërende grootte, waarbij elke directe correlatie met de werkelijkheid ontbreekt.

Eerlijkheidshalve moeten ook enige nadelen worden genoemd. Ten eerste is bij een vectorcardiogram de tijd vrijwel geëlimineerd. Dit gebrek heeft men gedeeltelijk ondervangen door met constante, bekende tijdsintervallen de electronenstraal van de oscilloscoop te onderdrukken, zodat op het scherm een gepuncteerd beeld ontstaat. Op de registratie kan men zo een indruk krijgen van de snelheid waarmee de stip zich, in elke fase van de hartslag, heeft voortbewogen (zie fig 24). De intensiteit van de stip neemt niet abrupt doch geleidelijk af, zodat aan het einde van elk streepje, een puntje verschijnt (), waarmee ook nog de omloopsrichting, welke van groot belang kan zijn, is te vinden. (zie fig. 61, pag. 106).

Ook is het soms moeilijk de overgang van de S- naar de T-lus in het vectorcardiogram (het zogenaamde S - T segment) te zien.

Tenslotte is er de ingewikkelder mathematische formulering, die soms in de medische wereld enige weerstand opwekt.

Weet men echter deze barrière te doorbreken, dan is met de vectorcardiografie zeker een stap in de goede richting gedaan op de weg naar een zo volledig mogelijke kennis van het menselijk hart.

HOOFDSTUK 7.

Verband tussen hartvector en afleidingen. De vectorcardiograaf.

Na een bespreking van hetgeen zich heeft ontwikkeld op medisch en fysisch gebied, onafhankelijk van elkaar, zullen we nu de resultaten daarvan trachten samen te voegen.

In de romp voldoet de elektrische stroming aan een differentiaalvergelijking (vgl. hfdst.5); daarbij hebben we randvoorwaarden voor het lichaamsoppervlak en voor de onmiddellijke nabijheid van de bron. Het zal dus duidelijk zijn dat we, met een exact doorgevoerde fysische behandeling van wat zich in het menselijk lichaam afspeelt met betrekking tot de elektrische hartactie, voor een ingewikkeld probleem staan. Een zekere vereenvoudiging daarvan is dan ook vereist :

- 1°. Alle verschijnselen waarvan we de achtergrond trachten te vinden, zijn van lineaire aard. Dit wordt ons ingegeven door bv. een vergelijking als $\text{div } \vec{j} = 0$, een vergelijking van de eerste graad, dus zonder producten of kwadraten, door de lineaire relatie tussen stroomdichtheid en veldsterkte (Wet van Ohm), of door de randvoorwaarde $\vec{j}_n = 0$. Van deze lineairiteit zullen we tot het einde gebruik blijven maken.
- 2°. Alle elektrische verschijnselen denken we ons veroorzaakt door een, wat de plaats betreft stationnaire, dipool (voor definitie zie pag. 26). Deze benadering wordt slechts voorlopig gehanteerd, om later aan een nauwkeuriger beschouwing te worden onderworpen. (Waar wij "dipoolbenadering" gebruiken, zal men elders veelvuldig het woord "dipoolhypothese" tegenkomen. Aangezien het woord "hypothese" hier formeel misplaatst is, zullen we van de gebruikelijke terminologie afwijken.)

In principe zijn er drie methoden waarmee we kunnen trachten het verband tussen de hartvector en de waargenomen verschijnselen te beschrijven:

a. Met behulp van formules:

We kiezen ons een simpele opgave, door het menselijk lichaam voor te stellen als een homogeen isotroop medium met een bolvor-

mige begrenzing. Denken we de hartzdipool in het centrum daarvan geplaatst, dan kunnen we zonder moeite de potentiaal-verdeling op het oppervlak berekenen (zie hfdst.5). Omgekeerd kunnen we uit deze potentiaal-verdeling iets te weten komen omtrent de bron (zie echter ook pag.25).

Gaan we naar ingewikkelder gevallen, dan kunnen we ons formalisme uitbreiden. Zo kunnen we enig inzicht krijgen in de materie, doch direct is in te zien, dat van deze werkwijze in de praktijk weinig kan worden verwacht, daar het werkelijke probleem te gecompliceerd van aard is.

b. De digitale methode.

Door numerieke rekening kunnen we trachten de differentiaal-vergelijking met randvoorwaarden op te lossen. We zullen op dit onderwerp niet nader ingaan.

c. De analoog-methode.

We maken hierbij gebruik van een model: een systeem, dat een zo natuurgetrouw mogelijke nabootsing is van de werkelijkheid. Een aantal, in de realiteit onbekende, grootheden kunnen we nu zelf kiezen en variëren, om vervolgens de invloed daarvan op ons systeem door metingen na te gaan. De hieruit verkregen kennis kan dan later worden gebruikt bij de oplossing van het werkelijke probleem.

In ons geval zal het model een min of meer getrouwe copie zijn van het menselijk lichaam: een holte, gevuld met electrolyt en voorzien van een kunsthart.

Wat we willen meten is de potentiaal-verdeling over het oppervlak als functie van grootte en richting van de hartvector.

Onze werkhypothese van hierboven volgend, gebruiken we voor ons kunsthart een elektrisch dublet (daarmee de dipool benaderend), dat zodanig is geconstrueerd - we komen daar later op terug (pag.43) - dat orientatie en poolsterkte gemakkelijk kunnen worden gekozen.

Vóór we op praktische details ingaan, zullen we eerst het probleem, bij de oplossing waarvan het model ons moet helpen, duidelijker formuleren.

Geven we de drie componenten van de hartvector (in ons model de dipoolvector) aan met $X(t)$, $Y(t)$ en $Z(t)$ dan kunnen we volgens de lineariteits-relatie (pag. 38) voor het potentiaalverschil tussen twee willekeurige electroden P en P_0 schrijven :

$$V_P - V_{P_0} = a(\xi, \eta)X(t) + b(\xi, \eta)Y(t) + c(\xi, \eta)Z(t) = V(\xi, \eta, t) \quad (30).$$

Hierin zijn a, b en c "constanten", slechts afhankelijk van de plaats van P (uitgedrukt in de lichaamscoördinaten ξ en η) en niet van de tijd; P_0 wordt als vast referentiepunt beschouwd. Deze betrekking - die ons het verband geeft tussen één bepaalde afleiding en de hartvector met zijn drie tijdafhankelijke componenten en die geldig is, onafhankelijk van de eigenschappen van het model - kan ook algemeen worden geformuleerd:

$$V(\xi, \eta, t) = c_1(\xi, \eta)f_1(t) + c_2(\xi, \eta)f_2(t) + c_3(\xi, \eta)f_3(t) + c_4(\xi, \eta)f_4(t) + \dots \quad (31).$$

Men lineaire combinatie dus, van een aantal tijdfuncties. De dipoolbenadering veroorlooft ons het bij de eerste drie termen te laten, omdat de dipoolvector slechts drie componenten bezit. Voor een nauwkeuriger beschrijving zullen we echter, zoals later zal blijken (hfdst. 15), ook hogere termen moeten meenemen.

Voor elk van de ∞^2 electrocardiogrammen, die we van één persoon kunnen maken, kan een dergelijke relatie worden opgeschreven. Beperken we ons tot het minimum aantal van drie (onafhankelijke) afleidingen, dan krijgen we dus drie vergelijkingen van dit soort, bv. (in eenvoudiger formulering) :

$$\begin{aligned} V_{P_1} - V_{P_0} &= V_1 = a_1X + b_1Y + c_1Z \\ V_{P_2} - V_{P_0} &= V_2 = a_2X + b_2Y + c_2Z \\ V_{P_3} - V_{P_0} &= V_3 = a_3X + b_3Y + c_3Z \end{aligned} \quad (32).$$

Zouden we nu de negen constanten a_i , b_i en c_i kennen, dan konden we uit de gevonden potentiaalverschillen, voor elk moment, X, Y en Z oplossen. Immers, er geldt:

$$\begin{aligned} X &= \alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2 + \alpha_3 V_3 \\ Y &= \beta_1 V_1 + \beta_2 V_2 + \beta_3 V_3 \\ Z &= \gamma_1 V_1 + \gamma_2 V_2 + \gamma_3 V_3 \end{aligned} \quad (33).$$

waarin α_j , β_j en γ_j bekende functies zijn van a_1 , b_1 en c_1 . Met andere woorden: we zouden over een gehele hartcyclus het gedrag van de hartvector kunnen berekenen ¹⁾.

Het is nu het model, dat ons een mogelijkheid biedt de coëfficiënten a_1 , b_1 en c_1 bij benadering te vinden. Daartoe oriënteren we het kunsthart zodanig, dat de dipool-vector gericht is langs één der assen van het coördinatenstelsel, dat we in het lichaam of in het model kunnen aannemen (zie fig. 25, pag. 34). Kiezen we voor deze richting bv. die van de X-as, dan zijn Y en Z nul en de vergelijkingen (33) worden gereduceerd tot:

$$V_i = a_1 X. \quad (34).$$

Hieruit kunnen we a_1 oplossen. Immers, V_i volgt direct uit een meting, terwijl we X gemakkelijk naar willekeur kunnen kiezen, althans in relatieve maat. Op analoge wijze vinden we waarden voor b_1 en c_1 .

Dat de coëfficiënten a_1 , b_1 en c_1 afhankelijk zijn van de electrode-plaatsen, impliceert dat de eigenschappen van het model van het grootste belang zijn. Aan de constructie van het fantoom zal dus de nodige zorg moeten worden besteed. We zullen ons hier beperken tot enkele algemene opmerkingen, in het bijzonder betrekking hebbend op het model, zoals dat hier in het laboratorium is gebruikt (fig. 27).

Van "michaplast" (een isolerend materiaal) is een holle vorm gemaakt van een op zijn buik liggend mens, op 1/3 van de ware grootte. Een doorsnijding, evenwijdig aan het frontale vlak, maakt de binnenkant toegankelijk. Door een opening aan de rugzijde kan men het kunsthart naar binnen brengen. De holte is gevuld met een oplossing van kopersulfaat. De natuurlijke inhomogeniteiten zijn uiteraard niet volledig na te bootsen, en we kunnen dan ook niet méér doen, dan rekening houden met enkele zeer slecht geleidende delen in de onmiddellijke nabijheid van het hart: de wervelkolom en de longen.

1) Zoals bekend, zijn drie vergelijkingen met drie onbekenden slechts dan oplosbaar als de determinant $|\alpha_j \beta_j \gamma_j| \neq 0$. In de praktijk betekent dit, dat deze determinant niet te klein mag zijn.

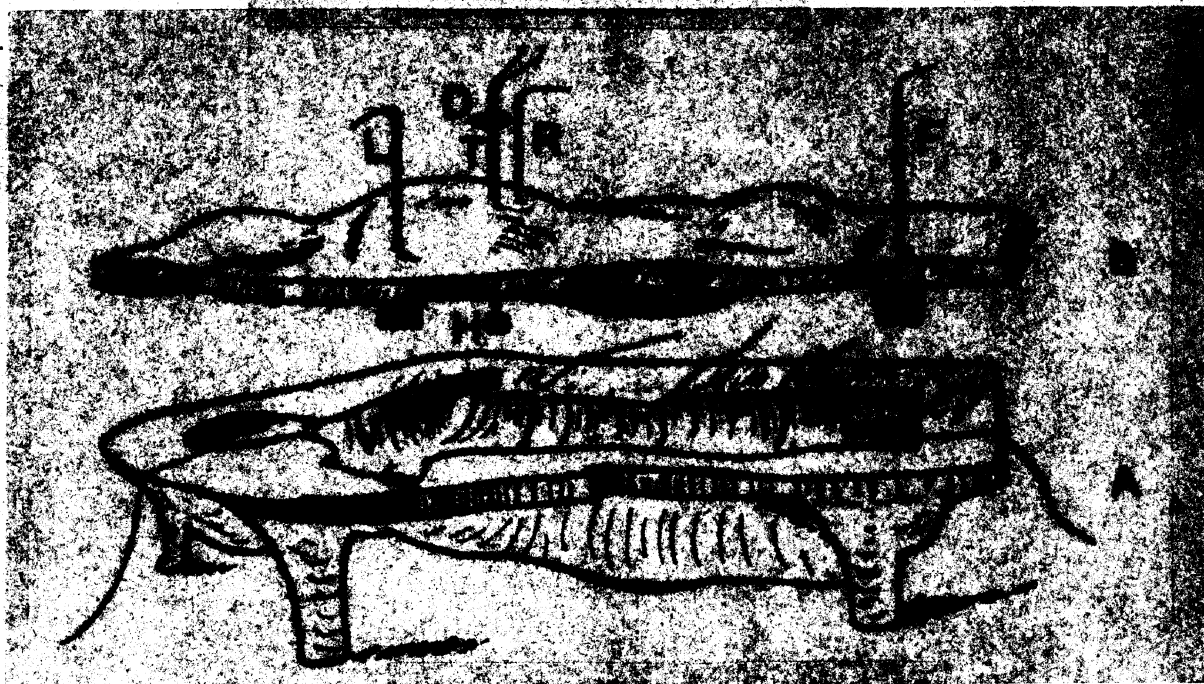


fig 27.
Het model.

Het spreekt vanzelf, dat al deze voorzieningen niet naar willekeur werden gekozen, doch zijn gebaseerd op metingen aan het menselijk lichaam. Zonder uitvoerig op de gebruikte meettechnieken in te gaan, vermelden we slechts, dat voor het specifiek geleidingsvermogen van "normaal" spierweefsel werd gevonden $200 \text{ à } 300 \Omega / \text{cm}$ (longitudinaal gemeten), dat beenweefsel zéér slecht geleidt, terwijl voor de soortelijke weerstand van de longen een ongeveer viermaal zo grote specifieke weerstand werd aangenomen als voor het omringende weefsel.

In het model werd een wervelkolom aangebracht van kurk; de longen bleken goed geïmiteerd te kunnen worden door twee gemodelleerde zakjes zand.

Over deze laatste zij hier nog een enkele opmerking gemaakt: het zal duidelijk zijn, dat de verhouding van de weerstand tussen "longen" en electrolyt, onafhankelijk is van de concentratie van de kopersulfaatoplossing. Wellicht minder voor de hand ligt het, dat deze verhouding evenmin beïnvloed wordt door de absolute grootte der zandkorrels. Immers, neemt men de korrels groter, dan vergroot men daarmee tevens de onderlinge tussenruimten en de totale geleiding blijft

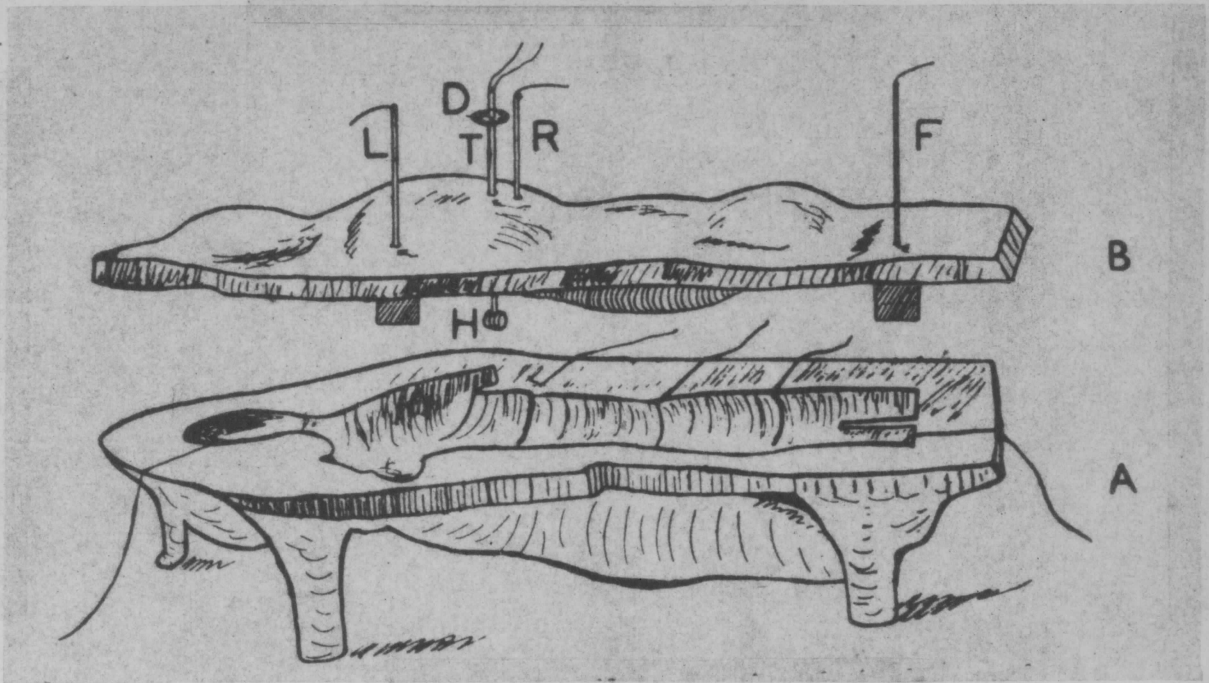


fig 27.
Het model.

Het spreekt vanzelf, dat al deze voorzieningen niet naar willekeur werden gekozen, doch zijn gebaseerd op metingen aan het menselijk lichaam. Zonder uitvoerig op de gebruikte meettechnieken in te gaan, vermelden we slechts, dat voor het specifiek geleidingsvermogen van "normaal" spierweefsel werd gevonden $200 \text{ à } 300 \Omega / \text{cm}$ (longitudinaal gemeten), dat beenweefsel zéér slecht geleidt, terwijl voor de soortelijke weerstand van de longen een ongeveer viermaal zo grote specifieke weerstand werd aangenomen als voor het omringende weefsel.

In het model werd een wervelkolom aangebracht van kurk; de longen bleken goed geïmiteerd te kunnen worden door twee gemodelleerde zakjes zand.

Over deze laatste zij hier nog een enkele opmerking gemaakt: het zal duidelijk zijn, dat de verhouding van de weerstand tussen "longen" en electrolyt, onafhankelijk is van de concentratie van de kopersulfaatoplossing. Wellicht minder voor de hand ligt het, dat deze verhouding evenmin beïnvloed wordt door de absolute grootte der zandkorrels. Immers, neemt men de korrels groter, dan vergroot men daarmee tevens de onderlinge tussenruimten en de totale geleiding blijft

ongewijzigd. Wel van invloed is de frequentiewet, die de grootteverdeling aangeeft, want daardoor wordt bepaald hoe de tussenruimten tussen de grotere korrels door de kleinere worden ingenomen!

Hoeveel dit model aan natuurgetrouwheid nog te wensen overlaat, blijkt o.a. uit het feit, dat geen rekening werd gehouden met de - wel degelijk belangrijke - anisotropie van spierweefsel (een dwarsgestreepte spier heeft in de lengterichting een veel groter specifiek geleidingsvermogen dan in de richting loodrecht daarop).

Het model mist armen en benen: de van het hart afkomstige elektrische stroom dringt hierin vrijwel niet door, zodat - vroeger werd dit reeds opgemerkt (pag. 18) - de extremiteiten als equipotentiaalruimten mogen worden beschouwd.

Aangezien de meningen omtrent grootte en invloed van de inhomogeniteiten in het lichaam niet steeds onverdeeld zijn geweest, bestaat er, naast het boven beschrevene, nog een tweede standpunt omtrent de opzet van een fantoom. Men gaat er daarbij van uit, dat een holle vorm, gevuld met electrolyt alléén (dus zonder longen, bot enz.) eveneens een zinvolle benadering geeft van de werkelijkheid - zich daarbij al of niet realiserend, dat men de realiteit meer geweld aandoet dan nodig is - . Deze zienswijze houdt in, dat men niet kan zoeken naar dié dipool, waarmee de elektrische hartwerking het best kan worden gekarakteriseerd, doch dat men een effectieve dipool moet trachten te vinden. Onder een effectieve dipool wordt hier verstaan: die dipool, die we zouden moeten aanbrengen om, voor dit homogene model, de metingen daaraan in overeenstemming te brengen met die aan het menselijk lichaam.

Bij alle tekortkomingen, die elk model aankleven, lag het voor de hand het menselijk lichaam als model van zichzelf te gebruiken, met andere woorden: metingen te doen op cadavers. Hoe groot de voordelen hiervan ook mogen lijken, toch zijn er vele foutenbronnen, o.a. als gevolg van postmortale veranderingen. We vermelden slechts, dat in deze richting vele experimenten zijn gedaan en niet steeds zonder succes.

Over het kunsthart, de dipool-generator, die in het model het hart vervangt, moeten nog enkele opmerkingen worden gemaakt.

De constructie is als volgt: twee cirkelvormige koperen plaatjes P_1 en P_2 van ongeveer 2 cm diameter elk, zijn gemonteerd op een cilindertje van isolerend materiaal van 2 cm lang (fig. 28). Met behulp van accu's (4 Volt) kan men tussen de plaatjes een voorgescreven potentiaalverschil aanbrengen (spanningsdipool). In de

vloeistof zal dan een stroom gaan lopen volgens de getekende stroomlijnen.

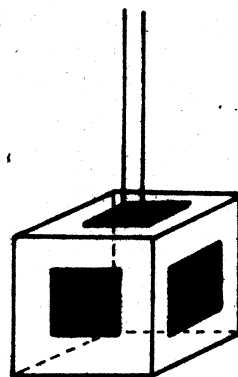
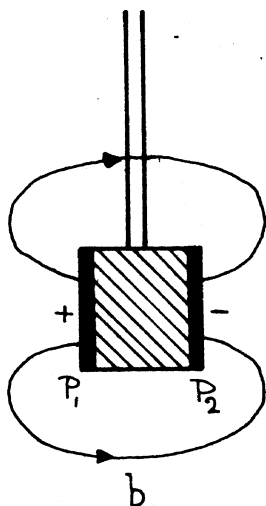
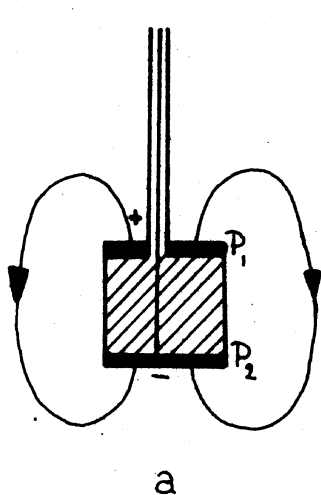


fig 28.

fig 29.

Twee mogelijke vormen voor het kunsthart.

De dipool volgens fig. 28a laat slechts een orientatie toe in de y-richting, met het kunsthart volgens fig. 28b zijn ook de x- en z-richting toegankelijk. Eenvoudiger in het gebruik is de constructie zoals fig. 29 die toont. De polen zijn hier op de zes vlakken van een, langs het coördinatenstelsel georiënteerde kubus, bevestigd. De component (X, Y of Z) kiest men door het overeenkomstige platenpaar aan te sluiten.

Men kan zich afvragen welk soort dipool voor de generator moet worden gekozen. Immers, er bestaan drie soorten: de ladings-, de stroom- en de spanningsdipool. Het zal duidelijk zijn, dat de eerstgenoemde niet voor praktische uitvoering vatbaar is, want in een geleidend medium als de electrolyt nu eenmaal is, is het niet mogelijk enige geleider te voorzien van een lading, die naar willekeur kan worden gedoseerd. Rest de keuze tussen spannings- en stroomdipool. Beperken we ons tot het bepalen van relatieve waarden, dan blijkt, dat beide soorten volkomen gelijkwaardig zijn.

Tot nog toe zijn metingen van a, b en c inderdaad steeds relatief geweest. Natuurlijk is het mogelijk absolute waarden aan te geven en wel door in de vergelijking

$$V_1 = a_1 X$$

(34).

V_1 en X in absolute maat te bepalen.

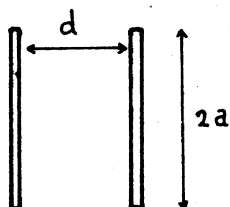
V_1 kan natuurlijk zonder meer met een voltmeter worden gevon-

den, X moet uit een berekening volgen. Voor wat betreft dit laatste herinneren we nog even aan wat vroeger reeds over de mathematische uitdrukking van de dipool is opgemerkt (hfdst. 5).

Nemen we als uitgangspunt een spanningsdipool, dan kunnen we voor de potentiaal in Q op afstand r (afgezien van een constante) schrijven:

$$V = \frac{D_v \cos \theta}{4 \pi r^2} \quad (35).$$

(vgl ook (21), pag. 26 en pag. 29). Deze uitdrukking geldt slechts, zoals we eerder zagen (pag. 26), voor een zuivere dipool (onderlinge afstand der polen $\rightarrow 0$, poolsterkte $\rightarrow \infty$ met $D_v = \text{constant}$). Willen we in de praktijk dit ideaal trachten te benaderen, dan moeten we tussen zo klein mogelijke polen een zeer hoge spanning aanleggen. Maar dan zullen in de directe omgeving van de polen zulke grote stroomdichtheden ontstaan, dat er allerlei complicaties optreden, zoals bv warm worden van de electrolyt en daardoor plaatselijk kleiner worden van de specifieke weerstand. Daarom kiezen we voor ons kunsthart liever een dublet: twee metalen plaatjes (diameter $2a$) op afstand d van elkaar (fig. 30). Voor een dergelijk systeem bestaat



(mits zich tussen de plaatjes geen isolerend medium bevindt) een, reeds door Maxwell berekende, uitdrukking voor het dipoolmoment:

$$D_v = \Delta V \pi a^2 f\left(\frac{d}{a}\right) \text{ Volt.m}^2 \quad (36).$$

(Op de bekende vorm van f zullen we hier niet nader ingaan). Hiermee is de absolute grootte van de dipool-vector, ofwel de "hartvector" van het gebruikte kunsthart, bekend. Door de plaatjes ten opzichte van

elkaar verstelbaar te maken, kan men de grootte van de vector binnen zekere grenzen variëren.

Er zij op gewezen, dat dit alles slechts is vermeld om aan te geven hoe men tot absolute waarden van a , b en c zou kunnen komen. In de praktijk laat men het echter steeds bij de relatieve. Het is bij de vectorcardiografie meer de vorm van de ruimtekromme, die men van belang acht, dan de absolute grootte. Weliswaar wordt soms op de

fig 30.

Bij de formule van Maxwell.

relatieve grootte ¹⁾ gelet, doch klinisch heeft deze betrekkelijk weinig betekenis.

Het hierboven besproken verband tussen afleidingen en hartvector dient natuurlijk als basis voor de instrumentatie. We zullen daarop met enkele woorden nader ingaan.

Het uitgangspunt zal natuurlijk zijn de drie relaties (zie pag. 40) welke de componenten $X(t)$, $Y(t)$ en $Z(t)$ van de hartvector geven als lineaire combinaties van de gebruikte afleidingen $V_i(t)$:

$$\begin{aligned} X(t) &= \alpha_1 V_1(t) + \alpha_2 V_2(t) + \alpha_3 V_3(t) \\ Y(t) &= \beta_1 V_1(t) + \beta_2 V_2(t) + \beta_3 V_3(t) \\ Z(t) &= \gamma_1 V_1(t) + \gamma_2 V_2(t) + \gamma_3 V_3(t). \end{aligned} \quad (33).$$

In de vorige bladzijden hebben we uiteengezet hoe de grootheden $\alpha_1 \dots \gamma_3$ m.b.v. modelexperimenten kunnen worden gevonden. We zullen deze 9 coëfficiënten in het hier volgende bekend veronderstellen.

Het is duidelijk - we hebben daarop vroeger reeds gewezen (vgl. pag. 33) - dat de spanningen $X(t)$, $Y(t)$ en $Z(t)$, indien op de juiste wijze aangesloten op de afbuigplaten van drie oscilloscopen, ons in staat stellen de drie projecties van het vectorcardiogram zichtbaar te maken. We zullen nagaan hoe we dit experimenteel kunnen realiseren.

Laten we, als voorbeeld, aannemen dat de drie onafhankelijke afleidingen V_1 , V_2 en V_3 overeenkomen met de potentiaalverschillen welke gevonden worden tussen vier electroden waarvoor we kiezen de reeds eerder besproken R, L, F en één, B, op de borst. We zouden dan bv. voor (33) kunnen schrijven (Het blijkt van praktisch voordeel te zijn als we de electrode op de rechterarm als referentiepunt kie-

1) Voor normaal gebruik wordt met een zekere gevoeligheid van de apparatuur gewerkt. Is voor een patient de lus zó groot, dat deze niet meer geheel op het scherm past, dan kan men de gevoeligheid verlagen tot bv 0,7 x normaal.

zen) :

$$\begin{aligned} X &= \alpha_1(V_L - V_R) + \alpha_2(V_F - V_R) + \alpha_3(V_B - V_R) \\ Y &= \beta_1(V_L - V_R) + \beta_2(V_F - V_R) + \beta_3(V_B - V_R) \\ Z &= \gamma_1(V_L - V_R) + \gamma_2(V_F - V_R) + \gamma_3(V_B - V_R) \end{aligned} \quad (37).$$

Wat we de vectorcardiograaf dus moeten laten doen, is het optellen van spanningen, zodanig dat elke spanning is voorzien van zijn juiste "gewichtsfactor".

We zullen twee methoden aangeven waarop men het gestelde kan bereiken.

1°. De eerste daarvan is een veelvuldig toegepaste, maar zeer weinig flexibele, werkwijze. Men maakt gebruik van een schakeling, zoals geschetst in fig. 31, waarmee in principe bovengenoemde mathematische bewerking kan worden gerealiseerd (De punten L, F en

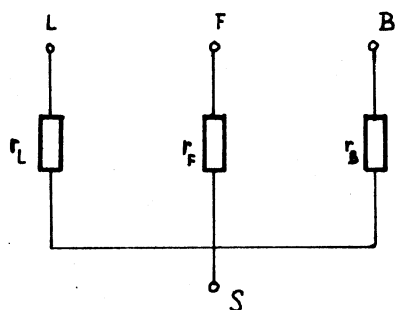


fig 31.

Het optellen van spanningen van hetzelfde teken.

het gewogen gemiddelde is van de spanningen L, F en B ieder met dit punt. Dus, met $\sigma_i = \frac{1}{r_i}$:

$$V_S = c (\sigma_L V_L + \sigma_F V_F + \sigma_B V_B) \quad (38).$$

waarin de constante c gelijk is aan $1/(\sigma_L + \sigma_F + \sigma_B)$. (Het blijkt rekentechnisch soms gemakkelijker te werken met het geleidingsvermogen σ in plaats van met de weerstand r). Met behulp van (38) laat de relatie voor, bv, de X-component uit (33) zich schrijven als :

$$X = V_S - V_R = C_X \left[\sigma_{LX}(V_L - V_R) + \sigma_{FX}(V_F - V_R) + \sigma_{BX}(V_B - V_R) \right] \quad (39).$$

waarbij, indien we afzien van de voor de vectorcardiografie

niet zeer belangrijke constante C_x , $\sigma_{Lx} \sim \alpha_1$, $\sigma_{Fx} \sim \alpha_2$ en $\sigma_{Bx} \sim \alpha_3$.

Deze methode laat slechts het optellen van spanningen met hetzelfde teken toe. Voor het algemene geval, waarin ook negatieve coëfficiënten voorkomen moet de methode worden uitgebreid. Men kan daartoe bv gebruik maken van een differentiaalversterker, aan het ene rooster waarvan, via weerstanden de positieve spanningen worden aangesloten, terwijl het andere rooster verbonden is, eveneens via weerstanden, met de potentiaalverschillen, voorzien van een negatieve coëfficiënt.

Helaas is het zo, dat, wil men op een dergelijke wijze de coëfficiënten $\alpha_1 \dots \alpha_3$ realiseren met behulp van weerstanden, een eenmaal gekozen systeem van vectorcardiografie niet eenvoudig is om te vormen tot een ander systeem. Men kan dit inzien door te bedenken, dat weliswaar de absolute grootte van de componenten X, Y en Z in de vectorcardiografie geen belangrijke rol speelt, maar dat natuurlijk wèl alle componenten hetzelfde gewicht moet worden toegekend, hetgeen men bereiken kan door bv. c_y en c_z aan c_x gelijk te maken (electronisch betekent dit de invoering van een extra weerstand). Verandert men nu één coëfficiënt - dus één weerstand - dan zal het gehele netwerk van weerstanden aan deze verandering moeten worden aangepast.

Realiseert men zich nog, dat alle in het netwerk voorkomende weerstanden groot moeten zijn ten opzichte van de weerstanden in het electrodensysteem en klein ten opzichte van de ingangsimpedantie van de versterker, dan is duidelijk dat dit starre systeem verre van ideaal is.

2°. Een meer flexibele methode is toegepast in de vectorcardiograaf (fig. 32) zoals die in Utrecht is ontwikkeld en nog steeds wordt gebruikt.

Dit instrument bestaat uit twee gedeelten: een voorversterker en het apparaat zelf met de drie kathodestraalbuizen. De eerste heeft vijf gescheiden kanalen (we zullen later, hfdst. 11, laten zien hoe men er toe komt meer dan drie onafhankelijke afleidingen te combineren), die elk als laatste trap een kathodevolger hebben. Tussen elke kathodevolger en de daaropvolgende differentiaalversterker wordt met een potentiometer de spanning afgedeeld tot een waarde die evenredig is met het potentiaalverschil tussen de ingangselectroden, vermenigvuldigd met de bijbehorende coëfficiënt. Alle zo verkregen spanningen van de vijf kanalen worden via gelijke weerstanden, toegevoerd aan de roosters van de differentiaalversterkers. De knoppen

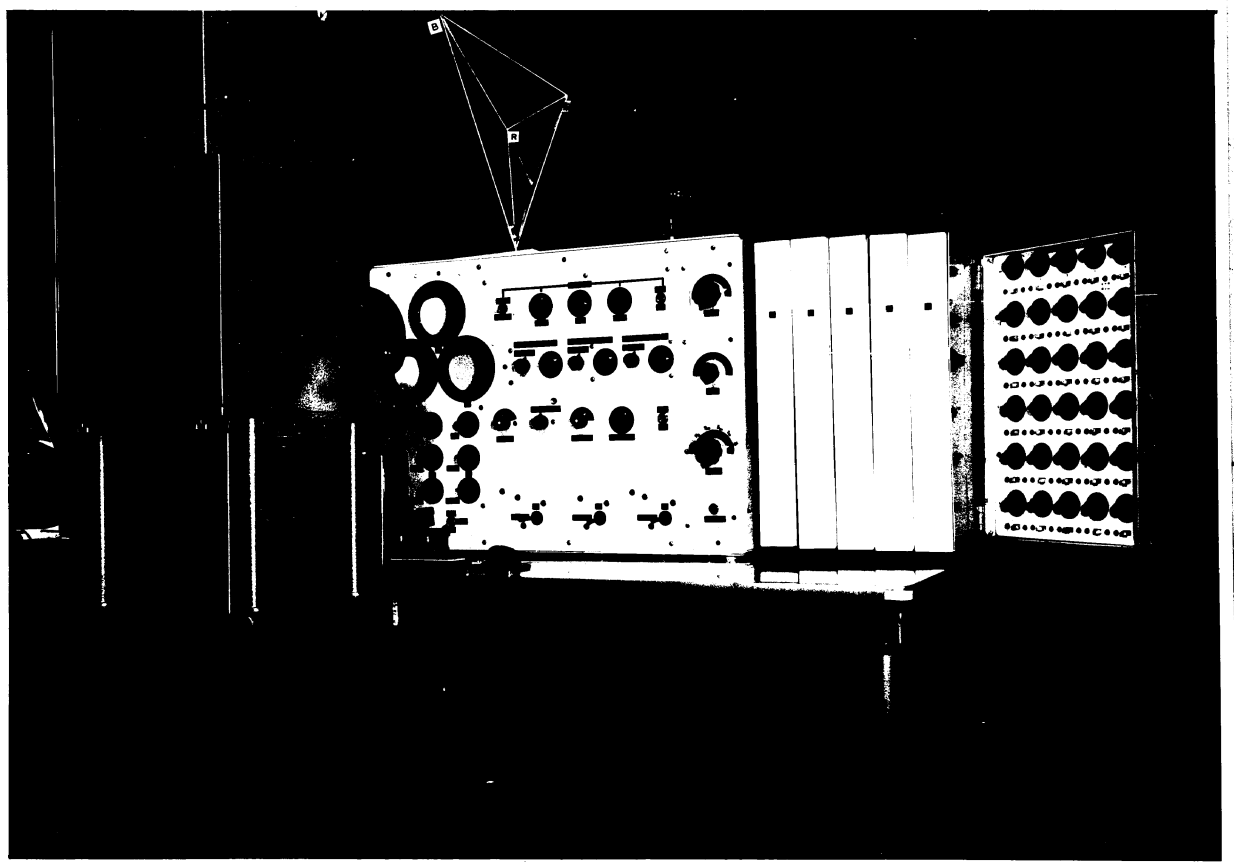


fig 32. De vectorcardiograaf.

waarmee genoemde potentiometers worden bediend vindt men aan de rechterzijde van het apparaat (fig. 32). De vijf kolommen komen overeen met de - maximaal - vijf te combineren afleidingen, de zes rijen komen overeen met de twee afbuigingsrichtingen van elk van de drie oscilloscopen. Onder elke potentiometer is nog een klein knopje aangebracht waarmee het teken (van de coëfficiënt) kan worden gekozen.

Voor het gebruik wordt het instrument geijkt met een wisselspanning van 1 mV. Met een schakelaar kan dit signaal met de verschillende ingangselectroden worden verbonden. Op elk van de drie oscilloscoopschermen verschijnt dan een rechte lijn waaraan de juiste componenten in horizontale en verticale richting worden gegeven door aan de knoppen te draaien.

Het voordeel van deze methode boven de hiervoor besproken werkwijze, is de eenvoudige manier waarop de vectorcardiograaf kan worden aangepast aan een ander systeem van vectorcardiografie. Zelfs kunnen in het hier beschreven instrument zes verschillende systemen (of transformaties, zie hfdst. 12) worden gerealiseerd (zie de zes

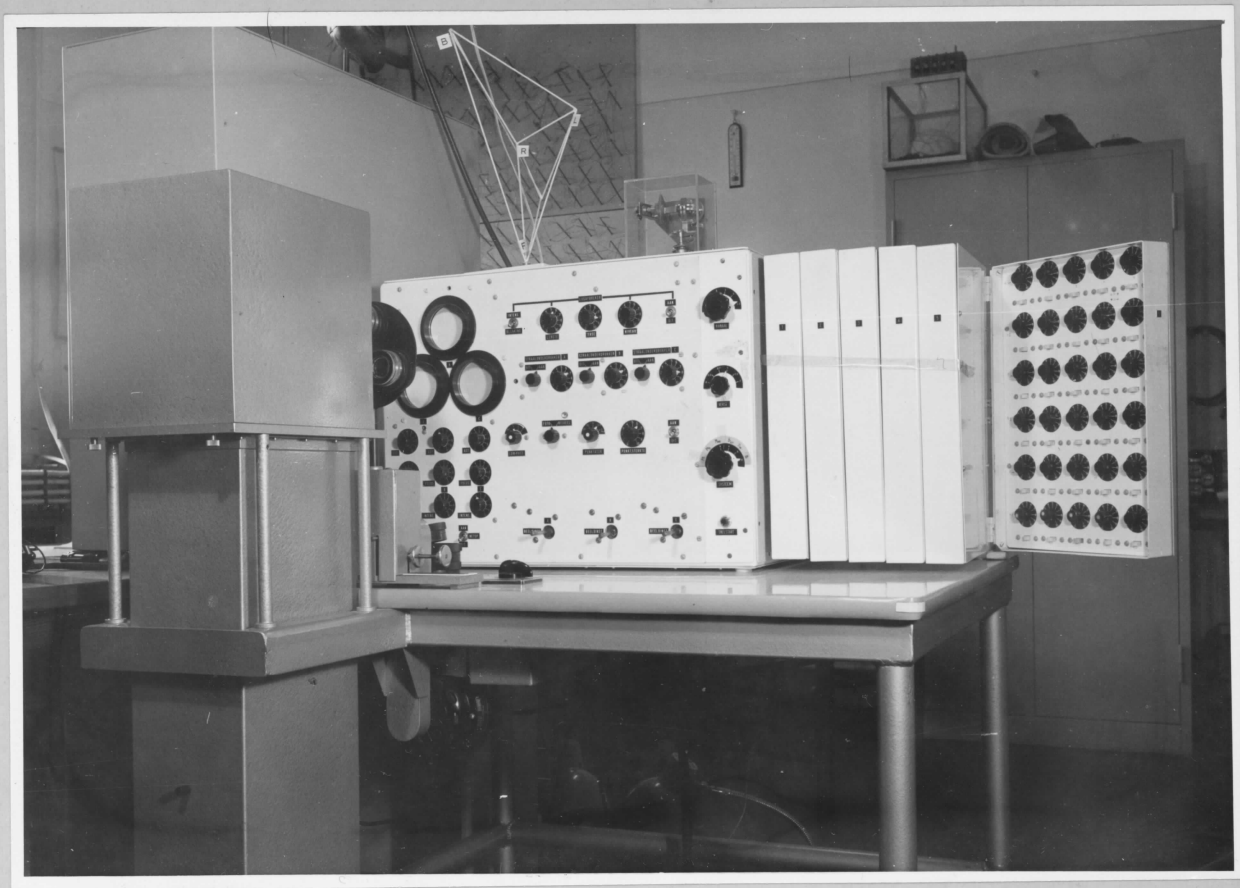


fig 32. De vectorcardiograaf.

waarmee genoemde potentiometers worden bediend vindt men aan de rechterzijde van het apparaat (fig. 32). De vijf kolommen komen overeen met de - maximaal - vijf te combineren afleidingen, de zes rijen komen overeen met de twee afbuigingsrichtingen van elk van de drie oscilloscopen. Onder elke potentiometer is nog een klein knopje aangebracht waarmee het teken (van de coëfficiënt) kan worden gekozen.

Voor het gebruik wordt het instrument geijkt met een wisselspanning van 1 mV. Met een schakelaar kan dit signaal met de verschillende ingangselectroden worden verbonden. Op elk van de drie oscilloscoopschermen verschijnt dan een rechte lijn waaraan de juiste componenten in horizontale en verticale richting worden gegeven door aan de knoppen te draaien.

Het voordeel van deze methode boven de hiervoor besproken werkwijze, is de eenvoudige manier waarop de vectorcardiograaf kan worden aangepast aan een ander systeem van vectorcardiografie. Zelfs kunnen in het hier beschreven instrument zes verschillende systemen (of transformaties, zie hfdst. 12) worden gerealiseerd (zie de zes

insteleenheden rechts) welke via een keuzeschakelaar op de kathodestraalbuizen aangesloten kunnen worden.

Voorts is men, vanwege de lage uitgangsimpedantie van de kathodevolgers meer vrij in de keuze van de grootte van de weerstanden.

Tenslotte zullen we nog enkele algemene eigenschappen van het instrument uit fig. 32 aangeven.

De drie oscilloscoopschermen worden met behulp van een speciaal voor dit doel geconstrueerde camera gefotografeerd (fig. 32, links).

Om te voorkomen, dat te grote zwartingsverschillen en zelfs overstraling bij de opnamen ontstaan als gevolg van de sterk variërende snelheden waarmee de stip zich over het scherm beweegt, is een zogenaamde straalonderdrukker ingebouwd. Deze vermindert de intensiteit van de electronenbundel bij lage snelheden of stilstand (hartpauze).

Tenslotte is de vectorcardiograaf voorzien van een puncteerinrichting, waarvan het doel reeds op pag. 37 uiteen is gezet.

HOOFDSTUK 8.

Meetkundige voorstelling.

We keren nog eens terug naar de uitdrukking:

$$V_P - V_{P_0} = V(\xi, \eta, t) = a(\xi, \eta)X(t) + b(\xi, \eta)Y(t) + c(\xi, \eta)Z(t) \quad (30).$$

(zie pag. 40) welke het verband aangeeft tussen de hartvector en het potentiaalverschil tussen twee willekeurige electroden P en P₀ (zie pag. 39 en 40). In wezen is deze vergelijking een relatie tussen een scalair (V) en een vector (\overrightarrow{XYZ}). Een dergelijke betrekking kan alleen dan worden gerealiseerd als het rechterlid het scalaire product is van twee vectoren! Met andere woorden, we kunnen ook schrijven (in vereenvoudigde notatie):

$$V = (\overrightarrow{abc} \cdot \overrightarrow{XYZ}) \quad (40).$$

waarin we \overrightarrow{abc} de afleidingsvector noemen. We kunnen dit ook aangeven met een meetkundige voorstelling (fig. 33). Op elk willekeurig tijdstip kan het potentiaalverschil tussen P en P₀ dus gevonden worden door voor dat moment de projectie van \overrightarrow{XYZ} op de constante vector \overrightarrow{abc} (bepaald door de plaatsen van P en P₀) te vermenigvuldigen met de absolute waarde van \overrightarrow{abc} - of :

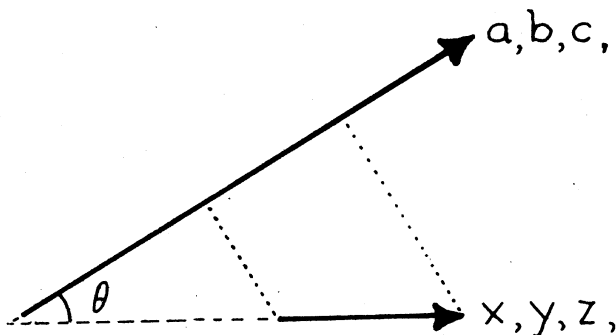


fig 33.

Afleidingsvector.

$$V = | \overrightarrow{abc} | \cdot | \overrightarrow{XYZ} | \cdot \cos \theta$$

als θ de ingesloten hoek is -.

We passen dit toe op de drie bekende afleidingen der extremiteten: rechterarm, linkerarm en linkerbaen. Hiervan weten we, dat de som der drie spanningen nul is:

$$V_L - V_R = a_1 X + b_1 Y + c_1 Z$$

$$V_R - V_P = a_2 X + b_2 Y + c_2 Z$$

$$V_P - V_L = a_3 X + b_3 Y + c_3 Z$$

$$0 = (a_1 + a_2 + a_3) X + \dots \dots \dots \quad (41).$$

Wil dit zo zijn, onafhankelijk van de tijd, dan moet gelden:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 0, \quad b_1 + b_2 + b_3 = 0, \quad c_1 + c_2 + c_3 = 0$$

ofwel: de drie afleidingsvectoren $\vec{a_1 b_1 c_1}$, $\vec{a_2 b_2 c_2}$ en $\vec{a_3 b_3 c_3}$ moeten, vectorisch opgeteld, nul geven, dwz. ze moeten tesamen een driehoek vormen. Denken we ons nu eens een dergelijke driehoek met daarbinnen getekend de "draaiende en van grootte veranderende pijl", die de hartvector voorstelt (fig. 34), dan kunnen we voor elk wil-

lekeurig tijdstip de potentiaalverschillen tussen de extremiteten vinden door de vector op de driehoekszijden te projecteren en elke projectie met de lengte van de bijbehorende zijde (de absolute waarde van de afleidingsvector) te vermenigvuldigen.

Zo zijn we dus tot een soortgelijke redenering gekomen als indertijd Einthoven voor ogen heeft gestaan en het ligt voor de hand een vergelijking te maken: evenals bij de - gelijkzijdige - driehoek van Einthoven, wordt ook hiër de analytische formulering van de somregel bevestigd door een stel-

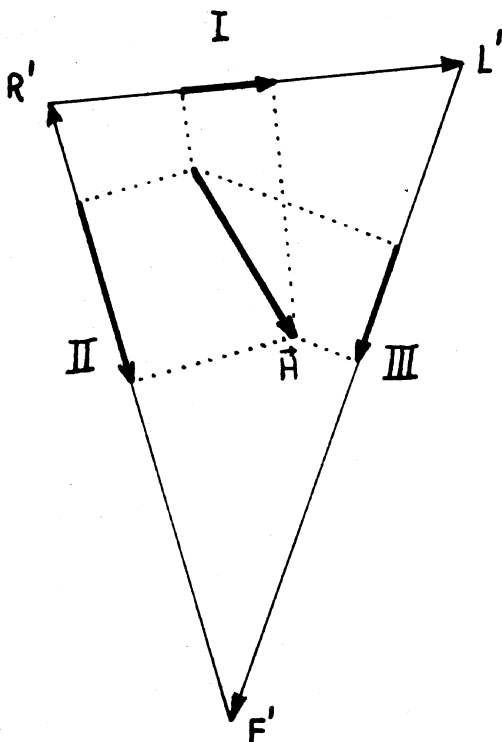


fig 34.

Afleidingsdriehoek R'L'F'.

De accenten zijn gebruikt om de hoekpunten van de driehoek niet te verwarren met de electrodeplaatsen R, L en F op het lichaam.

ling ¹⁾ uit de vlakke meetkunde. Het verschil is echter, dat nu het probleem beter is gefundeerd en dat het gelijkzijdig zijn van de driehoek geen essentiële betekenis meer heeft.

Opgemerkt dient nog te worden, dat het beslist niet noodzakelijk is de vector in de driehoek te plaatsen. Men zal direct inzien, dat aan de redenering niets verandert, wanneer we pijl en driehoek willekeurig ver van elkaar tekenen, mits de onderlinge richtings-orientatie maar niet wordt gewijzigd.

Onze beschouwing kan nu gegeneraliseerd worden: stel, dat we een vierde electrode er bij nemen, dan zijn er drie verschillende afleidingen mogelijk met R, L en F, namelijk ieder van deze met de vierde gecombineerd. Elk van deze afleidingen impliceert een afleidingsvector, die in grootte en richting vast ligt. Realiseren we ons verder nog, dat op elk stel van drie elektroden de boven besproken driehoeksregel van toepassing is, dan kunnen we ons een voorstelling vormen van het ruimtelijk analogon van de afleidingsdriehoek: het zal een tetraëder moeten zijn. Ook hier vinden we het potentiaalverschil tussen twee punten (∞ elektroden) op zeker tijdstip, door de lengte van de verbindende zijde te vermenigvuldigen met de projectie van de hartvector op die zijde.

Het ligt nu voor de hand het niet bij vier elektroden te laten, maar eens te kijken wat er bij een willekeurige uitbreiding van dit aantal gebeurt. Nemen we dan een vijfde en bepalen we daarvan de afleidingsvector, dan zal deze, in onze ruimtelijke voorstelling, bijvoorbeeld vanuit punt R getrokken, voeren naar een bepaalde plaats in de ruimte. Deze plaats is dan weer gecorreleerd met de plaats van de vijfde electrode op het menselijk lichaam of model. Zo gaan we verder met een 6° , 7° , 8° ∞ veel elektroden. Dit leidt dan tot wat het "beeldoppervlak" wordt genoemd. Volgens bovenstaand recept kan men dan aan elk punt van het lichaamsoppervlak een beeldpunt op het beeldoppervlak toevoegen (we moeten opmerken, dat de invoering van dit beeldoppervlak geheel is gebaseerd op de "dipoolbenadering").

In het vervolg zullen we de electrodeplaats en het beeld daarvan in de beeldruimte onderscheiden door de laatste te voorzien

1) Projecteert men een lijnstuk op de zijden van een driehoek en vermenigvuldigt men elke projectie met de lengte van de bijbehorende driehoekszijde, dan is de som van deze producten (voorzien van de juiste tekens) nul.

van een accent. Dus R en R', etc. (In fig. 34 pasten we deze notatie reeds toe).

Met enkele voorbeelden zullen we deze meetkundige voorstelling nader toelichten.

1°. We denken ons een twee-dimensionale, geleidende laag met een willekeurige begrenzing (fig. 35). Ergens in de laag veronderstellen we een bekende, stationnaire dipool ¹⁾ aanwezig. Kiezen we tenslotte nog ergens, bv op de omtrek (het analogon van het oppervlak van

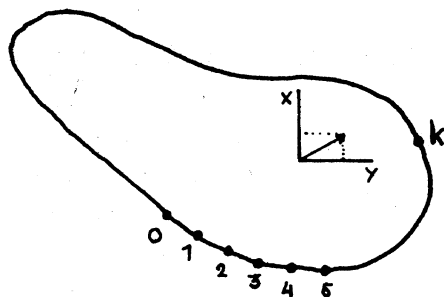


fig 35.

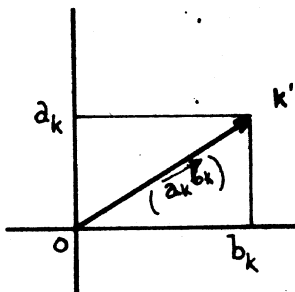


fig 36.

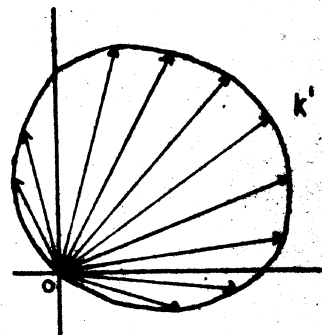


fig 37.

Voorbeeld van de constructie van een beeldoppervlak.

het menselijk lichaam) een nulpunt, dan kunnen we ten opzichte hiervan de potentialen in elk punt van de omtrek meten. Voor een dergelijk punt k geldt:

$$V_k - V_0 = a_k X + b_k Y \quad (42).$$

Oriënteren we de dipool zó, dat zijn vector langs de X-as is gericht, dan is de Y-component nul, en

$$(V_k)_x - V_0 = a_k X \quad (43).$$

Kiezen we nu nog $X = 1$, dan wordt (43):

1) In de praktijk zal de laag niet twee-dimensionaal zijn, maar een eindige dikte hebben. Om de uitkomsten van het experiment met die van het echte twee-dimensionale geval te laten overeenstemmen, voert men de dipool uit als twee evenwijdige, loodrecht op de laag staande draadjes, een zogenaamde dipoollijn.

$$(V_k)_x - V_0 = a_k$$

(44).

Op analoge wijze vinden we, door de dipoolvector met de y-richting te laten samenvallen, een waarde voor b_k . Daarmee zijn dan de beide componenten van de afleidingsvector bekend en we kunnen (\vec{a}_k, \vec{b}_k) construeren. Daartoe nemen we een coördinatensysteem aan waarvan de oorsprong de representatie is van het, op de rand van ons object gekozen, nulpunt (V_0) (fig. 36). Doen we dit voor "elk" punt k van de omtrek, dan ontstaat zo een waaijer van pijlen. Verbindt men nu nog de pijlpunten met elkaar, dan ontstaat het beeld-"oppervlak" van de geleidende laag. Fig. 37 geeft hiervan een schematische voorstelling ¹⁾.

Aan elk punt van het werkelijke oppervlak is op deze wijze een punt op het beeldoppervlak toegevoegd. De afleidingsvector, behorend bij een willekeurig paar electroden (hier dus gedacht op de omtrek van de geleidende laag) vindt men, door de overeenkomstige punten op het beeldoppervlak met elkaar te verbinden. Daartoe moet natuurlijk de correlatie tussen de punten op beide oppervlakken bekend zijn. Deze correlatie kan men het gemakkelijkst aangeven door het object binnen het beeldoppervlak te tekenen en bij elkaar behorende punten met lijntjes te verbinden (zie fig. 39 en 40) (dit is natuurlijk alleen bij twee-dimensionale gevallen mogelijk). Met nadruk dient hier te worden opgemerkt, dat deze lijntjes geen enkele andere betekenis hebben, dan de hier bedoelde.

2°. Het volgende voorbeeld geeft het resultaat van een experiment. In een vierkant bakje, gevuld met electrolyt, is een dipool (beter: een dipoollijn, zie noot pag. 54) geplaatst, zodanig dat de dipoolvector in de y-richting wijst. Ten opzichte van een willekeurig nulpunt kan de potentiaalverdeling over de rand van de bak worden gemeten. Fig. 38 geeft het resultaat van deze metingen voor één kwadrant van het vierkant, waarbij het referentiepunt in het midden van één der zijden is gekozen. Zonder dat nadere details van de werkwijze zijn gegeven, kan men inzien, dat hieruit

¹⁾ Aan de vorm van het beeldoppervlak (fig. 37) mag men, bij dit voorbeeld, geen bijzondere waarde toekennen. De keuze is vrij willekeurig, zij berust noch op werkelijke metingen, noch op berekening.

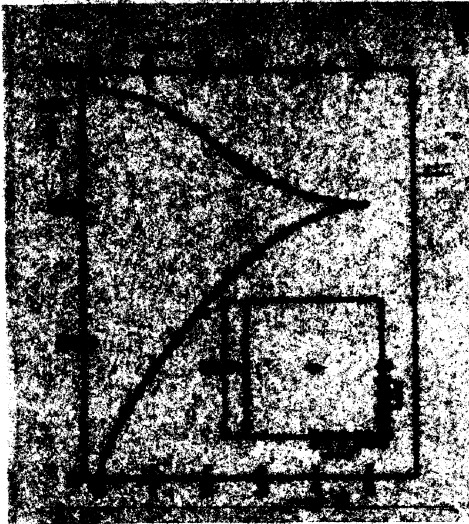


fig 38.

Gemeten potentiaalverdeling.



fig 39.

Vierkant met bijbehorend beeldoppervlak.

op analoge wijze als onder 1° het beeldoppervlak kan worden gevonden (vanwege de symmetrie van dit geval kan een aparte meting voor een in de x-richting georiënteerde dipool achterwege blijven). Fig. 39 toont dit beeldoppervlak en de wijze waarop elk punt daarvan samenhangt met een punt op het vierkant.

Behalve dat we het beeldoppervlak van een bepaald model kunnen construeren met behulp van metingen aan dat model, kunnen we ook, voor een eenvoudig geval, dit met formules (en eventueel een digitale rekenautomaat) berekenen :

3°. Stel een geleidende bol met een (spannings-)dipool in het centrum. De eerder gegeven formule voor de potentiaal op afstand r van de dipool:

$$V = \frac{D_v \cos \theta}{4 \pi r^2}$$

geldend voor een oneindige ruimte, is voor de oplossing van dit probleem niet toereikend. Er is namelijk een randvoorwaarde: door het boloppervlak mag geen stroom lopen: $\frac{dV}{dn} = 0$. Dit vereist de toevoeging van een extra term, die bovendien, evenals de relatie hierboven, moet voldoen aan de wet van Laplace: $\nabla^2 V = 0$. Door proberen, vinden we dat deze term moet zijn $K \cdot r \cos \theta$, waarin K een, van r en θ onafhankelijke, constante is, die zó moet worden aangepast, dat aan de randvoorwaarde is voldaan. (Men kan aan-

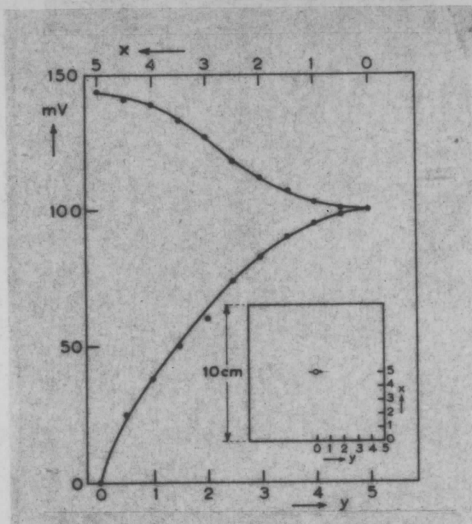


fig 38.

Gemeten potentiaalverdeling.

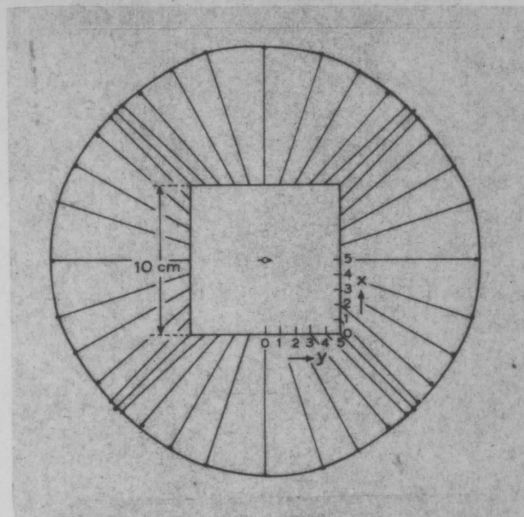


fig 39.

Vierkant met bijbehorend beeldoppervlak.

op analoge wijze als onder 1° het beeldoppervlak kan worden gevonden (vanwege de symmetrie van dit geval kan een aparte meting voor een in de x-richting georiënteerde dipool achterwege blijven). Fig. 39 toont dit beeldoppervlak en de wijze waarop elk punt daarvan samenhangt met een punt op het vierkant.

Behalve dat we het beeldoppervlak van een bepaald model kunnen construeren met behulp van metingen aan dat model, kunnen we ook, voor een eenvoudig geval, dit met formules (en eventueel een digitale rekenautomaat) berekenen :

3°. Stel een geleidende bol met een (spannings-)dipool in het centrum. De eerder gegeven formule voor de potentiaal op afstand r van de dipool:

$$V = \frac{D_v \cos \theta}{4 \pi r^2}$$

geldend voor een oneindige ruimte, is voor de oplossing van dit probleem niet toereikend. Er is namelijk een randvoorwaarde: door het boloppervlak mag geen stroom lopen: $\frac{dV}{dn} = 0$. Dit vereist de toevoeging van een extra term, die bovendien, evenals de relatie hierboven, moet voldoen aan de wet van Laplace: $\nabla^2 V = 0$. Door proberen, vinden we dat deze term moet zijn $K \cdot r \cos \theta$, waarin K een, van r en θ onafhankelijke, constante is, die zó moet worden aangepast, dat aan de randvoorwaarde is voldaan. (Men kan aan-

tonen dat $K.r \cos \theta$ de enige vorm is, die hier voldoet).

Schrijven we dus:

$$V = \frac{D_v \cos \theta}{4 \pi r^2} + K r \cos \theta \quad (45).$$

dan kunnen we hieruit, door differentiatie naar r in $r = a$ de constante K vinden:

$$K = \frac{2 D_v}{4 \pi a^3} \quad (46).$$

De potentiaalverdeling op het boloppervlak ($r = a$) wordt nu dus:

$$V = \frac{3 D_v \cos \theta}{4 \pi a^2} \quad (47).$$

Uit symmetrie-overwegingen, zowel als uit (47) volgt dat het beeldoppervlak een bol is.

4°. Stel tenslotte een geleidende gesloten cylinder met de dipool op de lengte-as, even boven het midden (in feite een grove benadering van de menselijke romp). Hoewel met veel meer moeite dan in voorbeeld 1°, is ook hier alles uitrekenbaar (we geven de be-

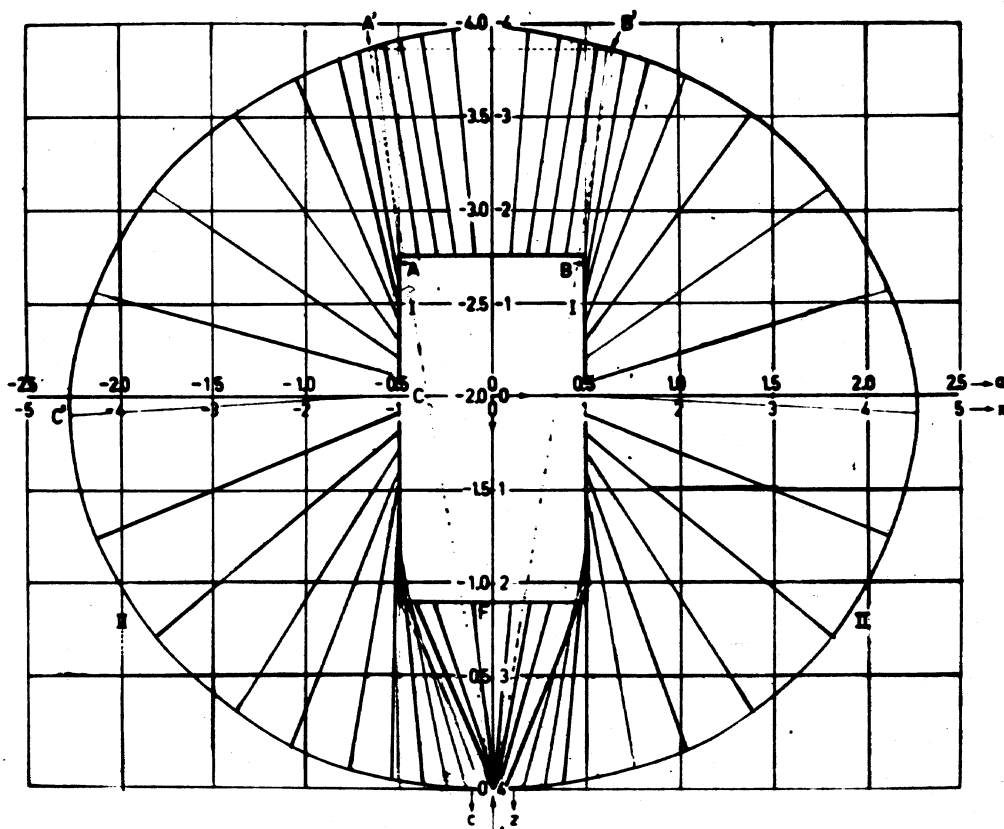


fig 40.

Cylinder met beeldoppervlak.

rekening niet). Fig. 40 geeft de cylinder met het bijbehorende beeldoppervlak. De overeenkomstige punten zijn door lijnen verbonden, waarvan - het zij nogmaals gezegd - richting en lengte geen betekenis hebben.

De afleidingsvector bij een willekeurig tweetal elektrodenplaat-
sen op het reële lichaam, kan nu, zowel in richting als grootte,
direct worden gevonden door de overeenkomstige punten op het beeld-
oppervlak te verbinden.

Aan de figuren 39 en 40 kunnen we nog enkele algemene beschou-
wingen vastknopen.

- a. De discontinuïteiten in richting aan de randen van het lichaam
verdwijnen in het beeldoppervlak, scherpe randen zijn in het
beeld glad gemaakt. Zelfs is het beeldoppervlak dikwijls ten naas-
te bij bolvormig. Een algemeen bewijs voor dit verschijnsel is
voor het drie-dimensionale geval nog niet gegeven. Wel schijnt,
voor het twee-dimensionale geval bewezen te kunnen worden dat het
beeld"oppervlak" van een lichaam met willekeurige begrenzing, een
cirkel is. Het bewijs is nog niet gepubliceerd.
- b. Zouden we aan de cylinder "extremiteiten" toevoegen, dan zouden
die zich in het beeldoppervlak slechts uiten als kleine verheven-
heden. Men kan dit begrijpen door weer te bedenken, dat het elec-
trische stroomveld weinig doordringt in de extremiteiten en dat
dus het potentiaalverschil tussen twee punten daarop klein zal
zijn. Dit moet dan tot uiting komen in kleine onderlinge aflei-
dingsvectoren.
- c. Men kan zich de vraag stellen: Moeten wij ons beperken tot het
beeldoppervlak? Dwz. hebben punten binnen of buiten dit opper-
vlak fysische betekenis? Het antwoord luidt bevestigend, en het
is dan ook zinvol te spreken over de beeldruimte. We zullen dit
toelichten.
- 1°. Stel, dat we een electrode binnen in het lichaam aanbrengen
(een tegenwoordig veelvuldig toegepaste werkwijze) en het po-
tentiaalverschil tussen deze en een electrode aan de buitenkant
meten, dan zal de uitkomst groter zijn naarmate de inwendige
electrode het hart (dus de elektrische bron) dichter nadert.
Dit blijkt direct uit een beschouwing van de formule voor de
potentiaal, veroorzaakt door een dipool. In de relatie:

$$V = aX + bY + cZ \quad (30).$$

(zie pag. 40) impliceert dit grōtere waarden voor a, b en c, naarmate de electrode dichter bij het hart komt. Vertaald in de beeldruimte wil dit zeggen, dat het beeldpunt van de inwendige electrode valt buiten het beeldoppervlak (een streng bewijs hiervoor ontbreekt). Zonder op de achtergronden hiervan in te gaan, zij opgemerkt, dat men zich het beeld van het hart zelf - als punt (dipool) gedacht - in het oneindige moet denken.

2°. Dat ook punten in de beeldruimte binnen het beeldoppervlak betekenis hebben, kan als volgt worden ingezien. Stel twee electroden op het lichaam, bv R en L. Verbinden wij deze via twee grote weerstanden r_1 en r_2 met een punt S (fig. 41 a), dan zal voor het potentiaalverschil tussen een willekeurig punt P en S gelden:

$$V_S - V_P = \frac{r_1}{r_1 + r_2} (V_L - V_P) + \frac{r_2}{r_1 + r_2} (V_R - V_P) \quad (48).$$

Noemen we $V_L - V_P \equiv V_1$, $V_R - V_P \equiv V_2$ en $r_1 + r_2 = r_t$, dan is:

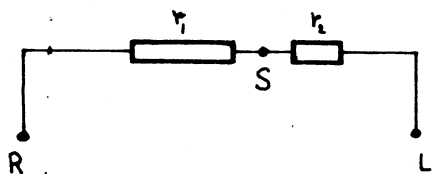
$$V_S - V_P = \frac{r_1}{r_t} \cdot V_1 + \frac{r_2}{r_t} \cdot V_2 \quad (49).$$

Met behulp van (30) kunnen we dit schrijven als:

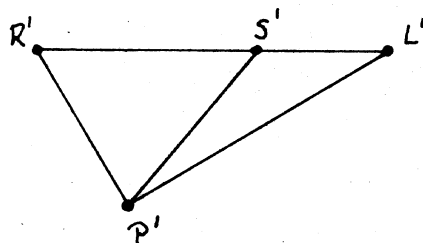
$$V_S - V_P = \left(\frac{a_1 r_1 + a_2 r_2}{r_t}\right)X + \left(\frac{b_1 r_1 + b_2 r_2}{r_t}\right)Y + \left(\frac{c_1 r_1 + c_2 r_2}{r_t}\right)Z \quad (50).$$

of wel:

$$V_S - V_P = aX + bY + cZ \quad (51).$$



a)



b)

fig 41.

Door R en L via twee weerstanden te verbinden ontstaat het punt S.

S' , het beeld van S, ligt op de lijn $R'L'$. Er geldt:
 $R'S' : S'L' = r_1 : r_2$.

waarin a , b en c de componenten zijn van de afleidingsvector van P naar S . Men zal gemakkelijk kunnen nagaan dat S' , het beeld van S , op de verbindingslijn van R' en L' ligt, deze lijn verdelend in stukken die zich verhouden als $r_1 : r_2$ (fig. 41 b). S' ligt binnen het beeldoppervlak.

In het algemeen kan dus elk punt binnen het beeldoppervlak worden bereikt, door tussen twee electroden P en Q een potentiometer aan te brengen. Het beeld van het lopend contact verplaatst zich met het draaien aan de knop, langs de verbindingslijn van P' en Q' .

HOOFDSTUK 9:

Toepassing van de meetkundige voorstelling.

In dit hoofdstuk zullen we aan de hand van een aantal voorbeelden bespreken hoe men gebruik kan maken van het hiervóór beschreven begrip beeldruimte. Voorop zij gesteld, dat we daarmee niet willen beweren, dat elke toepassing ook werkelijk zinvol is of zelfs de enige methode zou zijn om tot een bepaald doel te geraken ¹⁾. Integendeel: dikwijls leidt een zuiver analytische beschouwing met groter nauwkeurigheid en soms ook sneller tot het gestelde doel. Met nadruk willen we dan ook de analyse primair stellen; dat de beeldruimte toch vaak tot steun kan zijn bij het verkrijgen van een helder begrip, rechtvaardigt het hierna besprokene.

1°. We keren nog eens terug naar de, door Wilson ingevoerde, Central Terminal (C.T.) (zie pag. 19). De drie hoekpunten R', L' en F', die samen een scheefhoekige driehoek (zie pag. 52) vormen (voor welke de gelijkzijdige Einthovense driehoek heeft plaats gemaakt) zijn de beeldpunten van de elektrodenplaatsen op rechterarm (R), linkerarm (L) en linkerbeen (F). We zagen, dat de driehoekszijden betekenis hebben gekregen door invoering van het begrip afleidingsvector (pag. 51).

Men kan nu gemakkelijk nagaan (zie pag. 59 en (4), pag. 20), dat men het beeld van de C.T. vindt in het zwaartepunt van de driehoek (zie fig. 42 a). Natuurlijk zijn ook de voetpunten der zwaartelijnen fysisch realiseerbaar: Daartoe kan men de extremiteten met grote en gelijke weerstanden verbinden tot de punten A, B en C (fig. 42 b). Deze laatste vindt men door transformatie terug in de beeldruimte op de middens van de driehoekszijden (A', B', C') (zie fig. 42). (In de praktijk heeft deze "verdeling" in het toestel plaats, achter één of meer versterkertrappen).

1) Natuurlijk: de beeldruimte is een meetkundige voorstelling van analytische gegevens. Zij leert dus nooit méér dan de basis waarop zij steunt.

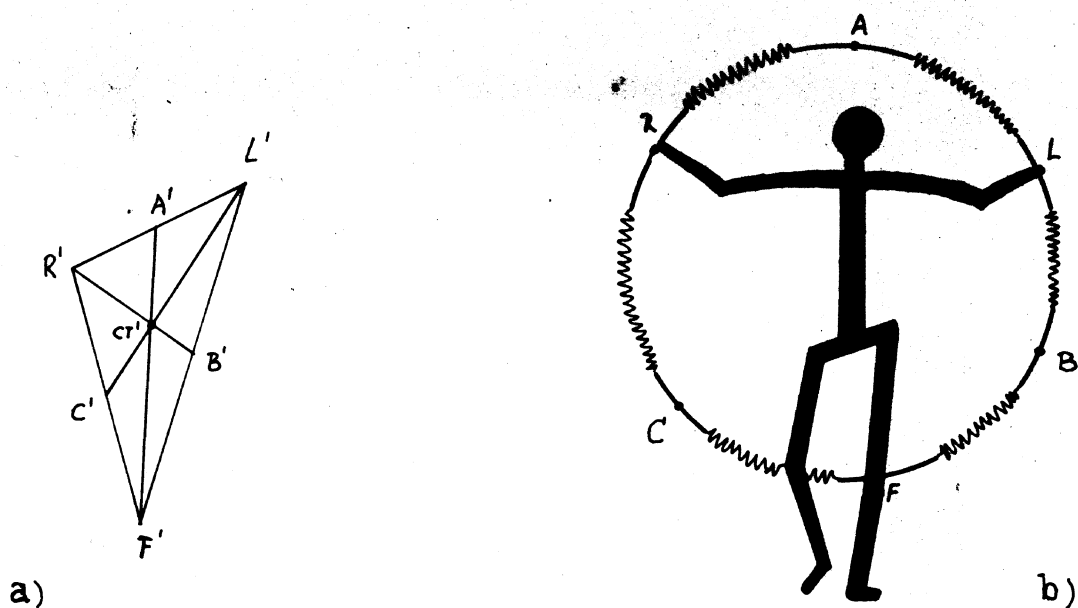


fig 42.

De voetpunten van de zwaartelijnen van de afleidingsdriehoek (a) kan men fysisch realiseren (b).

In plaats van de veel gebruikte afleidingen R-CT, L-CT en F-CT kan men nu de potentiaalverschillen R-B, L-C en F-A registreren. Men vindt dan uitslagen, die 1,5 x zo groot zijn als de oorspronkelijke (en die men daarom ook wel de "augmented-leads" noemt). Dat dit zo is volgt meetkundig uit het feit, dat men het zwaartepunt van een driehoek op 1/3 van elk der zwaartelijnen aantreft. Algebraïsch is het probleem al weinig ingewikkelder en bovendien direct.

In hoeverre de hier gevolgde redenering werkelijk nuttig is, moge aan de lezer ter beoordeling worden overgelaten.

2°. Het zou methodisch van voordeel kunnen zijn als we drie paren elektroden zódanig konden plaatsen, dat hun potentiaalverschillen uitsluitend door respectievelijk X-, Y- en Z-component van de hartvector werden veroorzaakt en daarmee dus evenredig zouden zijn:

$$X = \alpha_1 V_1 \quad , \quad Y = \beta_2 V_2 \quad , \quad Z = \gamma_3 V_3 \quad (52).$$

(vergelijk (33), pag. 40).

In- en uitwendige bouw van het menselijk lichaam laten niet toe dat we ons op de natuurlijke geometrie verlaten. Maar kennen we het beeldoppervlak van het lichaam (en de relatie, die elk punt daarvan met een punt in de werkelijkheid verbindt), dan kunnen we hierop twee punten zoeken, waarvan de verbindingslijn (dit is natuurlijk de afleidingsvector) evenwijdig loopt aan bv. de X-as van ons gekozen coördinatensysteem. Bepalen we door transformatie van deze beide punten de overeenkomstige plaatsen op het menselijk lichaam dan hebben we een electrodepaar gevonden, dat aan de ge-

stelde eis voor de X-component voldoet.

Voor elk van de componenten kan men zo ∞^2 puntenparen vinden. De grootte van de potentiaalverschillen, die men hiertussen kan meten, is afhankelijk van de lengte van de bijbehorende afleidingsvector en kan dus binnen zekere grenzen naar willekeur worden gekozen. De aldus geschetste werkwijze suggereert een systeem van zes electroden. Men zal gemakkelijk kunnen nagaan, dat het doel eveneens bereikt kan worden met vier, waarvan er één gemeenschappelijk is. Zelfs zou men deze vier electroden zodanig kunnen kiezen, dat de drie afleidingsvectoren even lang zijn (er zijn immers maar twee vrijheidsgraden). Dit wil zeggen, dat de factoren uit (52) gelijk zijn:

$$\alpha_1 = \beta_2 = \gamma_3.$$

De praktische bruikbaarheid van het hier besprokene is helaas zeer beperkt, al was het alleen al, omdat het een uitvoerig onderzoek vereist om de relatie tussen beeldoppervlak en menselijk lichaam te vinden.

3°. Tenslotte willen we nog opmerken, dat men natuurlijk, door in de beeldruimte speciaal de lange verbindinglijnen te zoeken, die electrodeplaatsen kan vinden, die grote potentiaalverschillen opleveren.

In het algemeen kunnen we zeggen, dat het begrip beeldruimte ons kan helpen bij het vinden van een fysisch goed gefundeerd systeem van vectorcardiografie.

Onder een systeem van vectorcardiografie verstaan we: een bepaalde keuze van electrodeplaatsen en een voorschrift voor het bewerken van de gemeten spanningen (het vormen van lineaire combinaties), zodanig, dat daaruit drie tijdfuncties worden verkregen welke - ieder voor zich - de drie componenten van de hartvector weergeven. Konden alle onderzoekers het eens worden over zulk een systeem, dan zouden alle andere, nu gebruikte en veelal op intuïtie gebaseerde, systemen daarvoor plaats moeten maken. Hiermee zou dan de, door velen zo vurig gewenste en noodzakelijke, eenheid worden gebracht in het zo belangrijke en op zovele plaatsen in de wereld toegepaste vectorcardiografisch onderzoek.

Hoe voor de hand liggend dit ook moge lijken, wat dit alles wérekkelijk betekent realiseert men zich pas, door te bedenken, dat een enorme schat aan informatie in de loop der vele jaren - ook met intuïtieve systemen - is gevormd. Vele cardiologen hebben hun diagno-

sen op basis van eigen waarnemingen ~~het~~ het door hen gekozen systeem leren stellen. Het zal dus zeker niet gemakkelijk zijn bovengeschetst ideaal te verwezenlijken. Welke stappen ondernomen kunnen worden en zijn om de verschillende standpunten tot elkaar te brengen, zal elders (hfdst. 12) worden besproken.

Presenteert men een voorstel, dan is het natuurlijk van belang, dat het principe: de elektrische hartwerking voor te stellen door een vector - dwz. de dipoolbenadering (vgl. pag. 38) - niet meer aan twijfel onderhevig is.

We zullen nu nagaan welke methoden er zijn om de juistheid van de dipoolbenadering te toetsen en tot welke conclusies deze toetsingen hebben geleid.

HOOFDSTUK 10.

Toetsing van de dipoolbenadering.

1°. "Cancellation-methode."

De historische ontwikkeling volgend, noemen we als eerste een methode, die gebaseerd is op de meetkundige voorstelling.

We nemen het beeldoppervlak van het menselijk lichaam als ongeveer bolvormig aan (fig. 43). (Voor de duidelijkheid is in fig. 43 een preciese bol getekend. Van de eigenschappen daarvan is in het volgende geen gebruik gemaakt). Ergens op dit oppervlak liggen

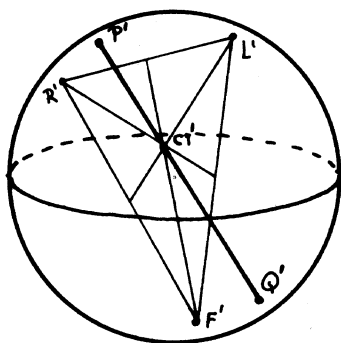


fig 43.

Het beeld van het menselijk lichaam, voorgesteld als een bol, met daarin de beelden van R, L, F en CT en van twee elektroden P en Q, die elkaars antipoden zijn.

Aangezien hieromtrent nauwelijks verwarring kan ontstaan, zullen we, terwille van de eenvoud van het verhaal, deze toevoeging in het vervolg weglaten).

P zal positief zijn ten opzichte van CT, als de projectie van de hartvector op de lijn P'CT' naar P' "wijst" en negatief, indien deze projectie naar CT' wijst.

We stellen nu dat, als de dipool- (dus vector-)benadering juist is, er een punt Q te vinden moet zijn, zódanig dat het potentiaalverschil tussen Q en CT als functie van de tijd een even-

de punten R', L' en F'; binnen in de bol, in het zwaartepunt van de driehoek R'L'F', vinden we het beeld van de CT (vgl. hfdst. 9, pag. 61). Kiezen we ergens een willekeurig punt P op het boloppervlak, dan kunnen we het spanningsverloop als functie van de tijd registreren tussen dit punt en de CT. (In feite bedoelen we natuurlijk de potentiaalverschillen tussen de elektroden, geplaatst op de overeenkomstige punten op het lichaam door transfor-

redige, doch in teken tegengestelde curve oplevert (fig. 44). Dit punt zal natuurlijk zijn het snijpunt van de verbindingslijn P'CT' met de andere kant van de bol (fig. 45). Immers, de projec-

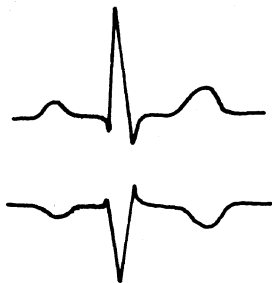


fig 44.

Twee evenredige, doch in teken tegengestelde electrocardiogrammen.

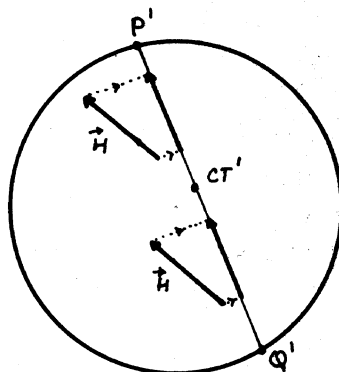


fig 45.

De projecties van \vec{H} op de afleidingsvectoren P'CT' en Q'CT' zijn gelijk, doch de afleidingsvectoren zijn ongelijk van lengte.

tie van de hartvector (\vec{H}) op Q'CT' zal synchroon dezelfde waarde hebben als de projectie op P'CT' maar zal juist tegengesteld van teken zijn.

We kunnen dit aan de praktijk toetsen en wel door de beide afleidingen $V_P - V_{CT}$ en $V_Q - V_{CT}$, voorzien van een evenredigheidsfactor (een potentiometer), tegen elkaar in te schakelen aan hetzelfde platenpaar van een oscilloscoop. Kiest men een plaats voor P ergens op het lichaam dan kan men proberen de electrode Q zo lang te verplaatsen, tot men een punt heeft gevonden, waarbij de stip op het scherm blijft stilstaan: De twee electrocardiogrammen vallen dan juist tegen elkaar weg ("cancellation").

Men moet bij dit zoeken steeds met de potentiometers bijregelen om de uitslag minimaal te maken. Immers, $V_Q - V_{CT}$ zal alleen evenredig zijn met $V_P - V_{CT}$ en niet in absolute waarde gelijk daaraan, want de afleidingsvectoren zijn in het algemeen niet gelijk van lengte (vgl. (40), pag. 51).

Dat het punt Q experimenteel gezocht moet worden is een gevolg van het feit, dat men in werkelijkheid het beeldoppervlak van de proefpersoon niet kent en dus ook niet van dáár naar het werkelijke oppervlak kan transformeren.

De hierboven beschreven werkwijze heeft een bezwaar, namelijk

dat men, zolang de stip op het scherm beweegt, niet direct kan zien of dit komt omdat men het juiste punt voor Q niet heeft gevonden, of dat slechts de potentiometers verkeerd zijn ingesteld. Experimenteel is het daarom gemakkelijker beide platenparen van de oscilloscoop te gebruiken, op elk waarvan men één afleiding aansluit. Zolang men de juiste ligging van Q niet heeft getroffen, verschijnt op het scherm een lusje, dat "dichtklapt" tot een lijn als het gezochte punt is gevonden. Met behulp van de potentiometers kan men deze lijn dan nog onder een hoek van 45° brengen, waarmee dan de voorwaarden voor het stilstaan van de stip uit het eerste geval zijn geschapen.

Een praktische moeilijkheid is nog, dat bij het verplaatsen van een electrode de meetapparatuur zulke sterke stoorsignalen krijgt aangeboden, dat het instrument enige tijd nodig heeft om zich van deze "schok" te herstellen, zelfs vaak nog wanneer een snelstarter is ingebouwd. Dit verschijnsel maakt het experiment moeizaam en tijdrovend, zulks in tegenstelling tot de hierna besproken methode (hfdst. 10, 2^o, pag. 68).

In het algemeen leiden de besproken experimenten tot bevredigende resultaten: Het blijkt in zeer veel gevallen mogelijk, bij een gegeven punt P, zijn "antipode" Q te vinden (overigens zegt dit verschijnsel niet zo heel veel. Zie opmerking pag. 74).

Toch blijkt zo nu en dan dat het zelfs bij benadering niet gelukt het ene ECG met het andere te compenseren. Dit niet slagen van de cancellation is mede aanleiding geweest tot het doen van geheel andere en op zichzelf staande experimenten. Zonder hier diep op in te gaan willen we er enige woorden aan wijden.

Het mislukken van de cancellation gaat soms samen met een opvallend slechte overeenstemming van verschillende systemen van vectorcardiografie (vgl. hfdst. 12). Zoekend naar een verklaring van deze verschijnselen heeft men de keuze uit twee mogelijkheden:

- a. Het hart zelf is de oorzaak; bv zouden de afmetingen zo groot kunnen zijn, dat hogere polen (zie hfdst. 15) een relatief belangrijke rol spelen.
- b. Er is iets bijzonders met het geleidingsvermogen van het weefsel buiten het hart. Om hierover meer informatie te krijgen zou men de beschikking willen hebben over hartslagen waarvan de elektrische verschijnselen zich op geheel andere dan normale wijze gedragen. Bijzonderheden in het geleidingsvermogen

buiten het hart zouden zich dan voor deze buitengewone hartslagen op dezelfde wijze moeten uiten als voor de normale slagen.

De natuur zelf biedt ons de mogelijkheid experimenten in deze richting uit te voeren, want bovenbedoelde buitengewone slagen vinden we in de zogenaamde extrasystolen. Voor deze geldt namelijk, dat de excitatie van het hart meestal niet wordt ingeleid door de sinusknop, maar dat de hartslag ergens in de hartspier begint, om zich daarna op een volkomen abnormale wijze over de hartspier uit te breiden, daarmee aanleiding gevend tot een sterk van het normale afwijkend vectorcardiogram.

De resultaten van de experimenten waarbij deze extrasystolen zijn betrokken hebben waarschijnlijk gemaakt, dat de moeilijkheden niet buiten, doch in of op het oppervlak van het hart moeten worden gezocht.

Terugkerende tot de cancellation zij nog het volgende opgemerkt: Kiest men in diè gevallen waarbij de compensatie goed gelukt, bij verschillende proefpersonen de electrode P op identieke plaatsen, dan blijkt het punt Q geenszins op identieke plaatsen terecht te komen. Kennelijk spelen individuele verschillen een grote rol. Dit betekent, dat de relatie tussen de electrocardiogrammen die men aan de buitenkant van het lichaam kan opnemen en de werkelijke elektrische verschijnselen in het hart, van persoon tot persoon verschilt. Dat hierdoor essentiële onzekerheden voor de electrocardiografie optreden zal duidelijk zijn. Op deze problemen zullen wij later terugkomen (hfdst. 12, pag. 93).

2°. Cancellation volgens Becking.

We hebben vroeger (pag. 40) gezien hoe drie willekeurige, onafhankelijke afleidingen ons de componenten van de hartvector kunnen opleveren (vgl. (33)). Voegen we aan deze drie afleidingen nog een vierde toe (eventueel met behulp van een geheel nieuw stel van twee elektroden) dan kunnen we, analoog aan (32), pag. 40, vier vergelijkingen opschrijven:

$$V_1 = a_1X + b_1Y + c_1Z$$

$$V_2 = a_2X + b_2Y + c_2Z$$

$$V_3 = a_3X + b_3Y + c_3Z$$

$$V_4 = a_4X + b_4Y + c_4Z$$

(53).

Als nu onze veronderstelling omtrent de hartvector (de dipoolbenadering dus) juist is, dan zullen deze vier vergelijkingen, afhankelijk zijn. We kunnen dan X, Y en Z elimineren en er moet gelden:

$$\begin{vmatrix} V_1 & a_1 & b_1 & c_1 \\ V_2 & a_2 & b_2 & c_2 \\ V_3 & a_3 & b_3 & c_3 \\ V_4 & a_4 & b_4 & c_4 \end{vmatrix} = 0. \quad (54).$$

(Relatie van Becking)

Dit houdt in, dat elk van de vier potentiaalverschillen, onafhankelijk van de tijd voorgesteld kan worden als een lineaire combinatie van de drie andere:

$$V_4 = p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3 \quad (55).$$

(p_i is de onderdeterminant van V_i , gedeeld door de onderdeterminant van V_4).

Hiermee hebben we de mogelijkheid gekregen tot het uitvoeren van soortgelijke experimenten als hiervoor beschreven, een soort gegeneraliseerde cancellation. Laat bijvoorbeeld V_4 de verticale uitwijking van de stip op het scherm van een oscilloscoop veroorzaken, terwijl een lineaire combinatie van V_1 , V_2 en V_3 (te maken met behulp van een balansversterker, potentiometers en schakelaars - om grootte en teken van de factoren p te kunnen instellen -) op het andere platenpaar worden aangesloten, dan moet het weer mogelijk zijn de stip een gesloten lijn onder een hoek van 45° te laten beschrijven (fig. 46).

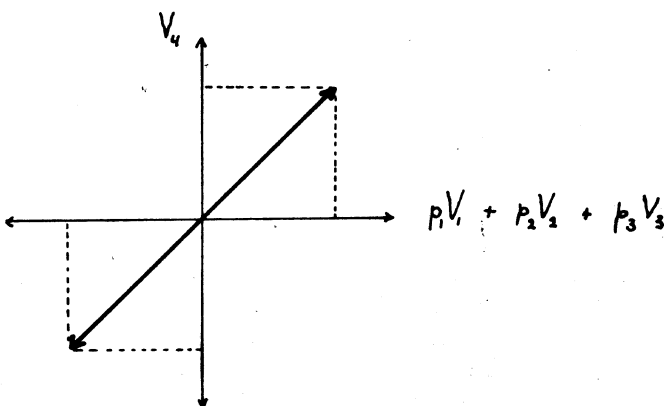


fig 46.

Cancellation volgens Becking.

Een voordeel van deze methode boven de vorige is - er werd reeds op gewezen (pag. 67) - dat hier geen elektroden verplaatst behoeven te worden, zodat niet steeds de meetapparatuur overstuurd raakt.

De resultaten zijn, evenals bij de hierboven besproken cancellation-methode, redelijk, dat wil zeggen binnen een afwijking van enige procenten kan men het beoogde realiseren. Maar ook hier stuit men op gevallen waarbij de cancellation zelfs bij benadering niet gelukken wil. We moeten dus, zoals in het eerste geval, de conclusie trekken, dat over het algemeen de vectorvoorstelling binnen niet te nauwe grenzen een goede beschrijving geeft van de verschijnselen die we onderzoeken, maar dat een nadere beschouwing noodzakelijk is.

De relatie van Becking geeft niet alleen de mogelijkheid de dipoolbenadering te testen, hij stelt ons tevens in staat het beeldoppervlak van een proefpersoon te vinden. We zullen dit nader toelichten. Substitueren we in (55) voor V_1 , V_2 , V_3 en V_4 de relatie (53) dan ziet men direct in, dat moet gelden:

$$\begin{aligned} p_1 a_1 + p_2 a_2 + p_3 a_3 &= a_4 \\ p_1 b_1 + p_2 b_2 + p_3 b_3 &= b_4 \\ p_1 c_1 + p_2 c_2 + p_3 c_3 &= c_4 \end{aligned} \quad (56).$$

met andere woorden, heeft men, bv. door modelmetingen, de coördinaten (ten opzichte van een willekeurig nulpunt) van de elektroden 1, 2 en 3 in de beeldruimte bepaald, dan kan men van hieruit verder gaande, van elke willekeurige electrodeplaats op het levende lichaam de plaats op het beeldoppervlak bepalen (natuurlijk weer alleen als de dipoolbenadering geldt).

Dit kan nog op een andere wijze worden geformuleerd. Daartoe schrijven we (56) in geometrische vorm:

$$\overrightarrow{(a_4 b_4 c_4)} = p_1 \overrightarrow{(a_1 b_1 c_1)} + p_2 \overrightarrow{(a_2 b_2 c_2)} + p_3 \overrightarrow{(a_3 b_3 c_3)} \quad (57).$$

De factoren p_i zijn scalair.

Nemen we voor het gemak nu eens aan dat de vier afleidingsvectoren $\overrightarrow{(a_i b_i c_i)}$ ($i = 1, 2, 3, 4$) dezelfde oorsprong hebben (dit betekent dat de vier afleidingen $V_i(t)$ één gemeenschappelijke electrode bezitten) dan kan de afleidingsvector $\overrightarrow{(a_4 b_4 c_4)}$,

en dus de plaats van de vierde niet gemeenschappelijke electrode in de beeldruimte op meetkundige wijze worden gevonden (fig. 47), nadat p_1 , p_2 en p_3 experimenteel zijn bepaald.

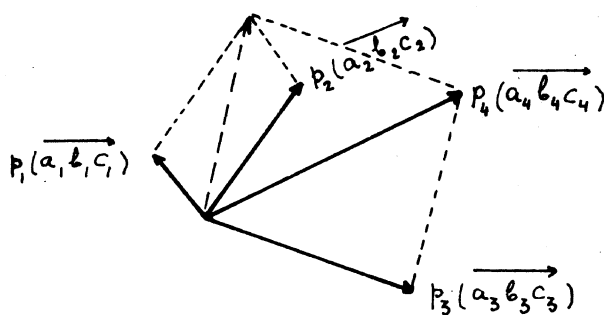


fig 47.

Geometrische (beeldruimtelijke) weergave van (57).

Tenslotte nog een opmerking, die zijn analogen vindt in hfdst. 10, 1° : Met (56) en (57) hebben we een test in handen gekregen om de praktische bruikbaarheid van de vectorvoorstelling te toetsen. Voor verschillende proefpersonen moeten we immers gelijke factoren p vinden bij identieke plaatsingen van de elektroden 1, 2, 3 en 4 en dus moet het beeld van electrode 4 steeds op dezelfde plaats worden gevonden. Anders gezegd: Het beeldoppervlak zou voor alle mensen dezelfde vorm en afmetingen moeten hebben. Helaas laten de resultaten van deze experimenten te wensen over, mede als gevolg van individuele verschillen. Toch is de spreiding van dien aard, dat fysisch gefundeerde en in de praktijk bruikbare systemen van vectorcardiografie gevonden kunnen worden.

3°. Transformatie-methode.

Veronderstel, we hebben twee systemen van vectorcardiografie (zie hfdst. 9, 3°, pag. 63) K en L , elk zò, dat slechts drie afleidingen daarin een rol spelen, in principe juist genoeg om de drie componenten van de hartvector te bepalen. Deze beide systemen definiëren we door voor elk een stel van drie vergelijkingen te geven: (vgl. (33), pag. 40):

$$\begin{aligned}
 X_k &= \alpha_{1k} V_{1k} + \alpha_{2k} V_{2k} + \alpha_{3k} V_{3k} \\
 Y_k &= \beta_{1k} V_{1k} + \beta_{2k} V_{2k} + \beta_{3k} V_{3k} \\
 Z_k &= \gamma_{1k} V_{1k} + \gamma_{2k} V_{2k} + \gamma_{3k} V_{3k}
 \end{aligned}
 \tag{58}.$$

en

$$\begin{aligned} X_L &= \alpha_{1L} V_{1L} + \alpha_{2L} V_{2L} + \alpha_{3L} V_{3L} \\ Y_L &= \beta_{1L} V_{1L} + \beta_{2L} V_{2L} + \beta_{3L} V_{3L} \\ Z_L &= \gamma_{1L} V_{1L} + \gamma_{2L} V_{2L} + \gamma_{3L} V_{3L} \end{aligned} \quad (59).$$

Bedenkt men dat noch $(\overrightarrow{X_K, Y_K, Z_K})$ noch $(\overrightarrow{X_L, Y_L, Z_L})$ de werkelijke hartvector is, maar elk slechts een benadering, zo goed als de ontwerper van het betreffende systeem maar heeft kunnen verwezenlijken en realiseert men zich hierbij ook nog dat elk van de potentiaalverschillen $V_{1K} \dots V_{3L}$ lineaire functies zijn van de werkelijke componenten X, Y, Z van de hartvector, dan kan men inzien dat X_K, Y_K en Z_K geschreven kunnen worden als lineaire functies van X_L, Y_L en Z_L . Immers, wanneer $V_{1K} \dots V_{3L}$ lineaire functies zijn van X, Y en Z , dan kunnen we in (58) en (59) deze functies invullen om vervolgens X, Y en Z weer te elimineren.

Dus :

$$\begin{aligned} X_K &= p_x X_L + q_x Y_L + r_x Z_L \\ Y_K &= p_y X_L + q_y Y_L + r_y Z_L \\ Z_K &= p_z X_L + q_z Y_L + r_z Z_L \end{aligned} \quad (60).$$

Het zal duidelijk zijn, dat bovenstaande beschouwing slechts dan juist is, indien de dipoolbenadering geldt. Anders gezegd : Het toetsen van het gelden van een lineaire transformatie (in wezen is (60) immers niet anders dan een transformatie-voorschrift) van de vorm van (60) is equivalent met het toetsen van de dipoolbenadering.

Vooruitlopend op een probleem waarop we later nog uitvoeriger zullen terugkomen, vermelden we op deze plaats reeds dat, indien de systemen K en L beide dezelfde resultaten zouden opleveren, er geldt :

$$X_K = X_L \quad Y_K = Y_L \quad Z_K = Z_L \quad (61).$$

Dit betekent dat de transformatie (60) een identieke transformatie is, ook genoteerd als :

$$\begin{pmatrix} p_x & \dots & r_x \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_z & \dots & r_z \end{pmatrix} \mathbf{1} \rightarrow \mathbf{1} \quad \equiv \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (62).$$

In werkelijkheid houdt dit in dat, wanneer de matrixelementen buiten de hoofddiagonaal klein zijn en de diagonaalelementen ongeveer één, de systemen vermoedelijk goed met elkaar overeenstemmen. Beide zullen dan het gedrag van de hartvector tijdens de hartslag in het algemeen redelijk benaderen.

Natuurlijk kan men experimenteel het bestaan van de lineaire transformatie (60) nagaan en wel door twee vectorcardiogrammen - representanten van de systemen K en L - van hetzelfde hart afkomstig en onder identieke omstandigheden opgenomen, met elkaar te vergelijken.

We zullen dit toelichten aan de hand van fig. 48, waarin twee "lussen" (welke men zich hier drie-dimensionaal moet denken) zijn geschetst. Door het aanbrengen van tijdmerken in de registratie

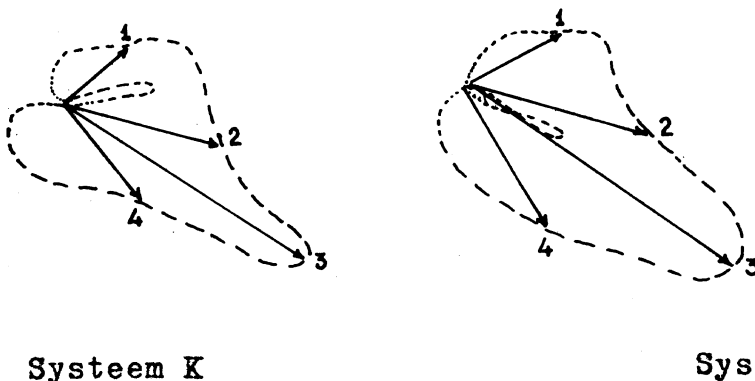


fig 48.

Twee VCG's, representanten van twee systemen van vectorcardiografie. De pijlen stellen de hartvector voor in isofasische posities.

kunnen we synchrone (isofasische) punten opzoeken en de daarbij behorende coördinaten X_{iK} , Y_{iK} , Z_{iL} opmeten. Voor ieder puntenpaar K,L moet voldaan zijn aan vergelijking (60). De negen coëfficiënten p_x r_z hiervan zijn echter nog onbekend. We kunnen deze vinden door drie puntenparen ($i = 1,2,3$) te beschouwen, waarmee $3 \times 3 = 9$ vergelijkingen zijn op te stellen, zodat de negen coëfficiënten kunnen worden opgelost. Kiezen we nu een willekeurig vierde puntenpaar en substitueren we de bijbehorende coördinaten in het stelsel van drie vergelijkingen volgens (60), voorzien van de hiervoor berekende coëfficiënten, dan zullen geen tegenstrijdigheden optreden, mits ... de dipoolbenadering geldt!

Natuurlijk zijn de waarden van p_x ... r_z niet geheel onafhankelijk van de keuze van de punten i . In de praktijk neemt men er

daarom liever meer dan drie, zodat voor dezelfde negen onbekenden meer vergelijkingen ontstaan. Met behulp van de methode van de kleinste kwadraten - en een electronische rekenmachine! - komen we dan tot waarden die zo goed mogelijk representatief zijn voor het beschouwde geval.

Evenals bij de vorige toetsingsmethoden zijn ook hier de resultaten niet onbevredigend, in dien zin dat bij een en dezelfde proefpersoon een goed kloppende lineaire transformatie is te vinden. Vergelijkt men echter de coëfficiënten $p_x \dots r_z$, berekend voor verschillende personen (maar natuurlijk voor dezelfde systemen) dan blijkt er een vrij grote spreiding te bestaan, waaruit we zien dat de relatie tussen de systemen K en L niet voor iedereen gelijk is.

Vòòr we uit deze gegevens tot een eindconclusie komen, moet nog een opmerking worden gemaakt: Beschouwt men twee, geheel onafhankelijk van elkaar, niet te grillige, maar overigens willekeurig getekende "lussen", dan zal vrijwel altijd een lineaire betrekking gevonden kunnen worden, zòdanig dat de ene figuur met redelijke nauwkeurigheid op de andere kan worden getransformeerd (dit geldt niet meer voor gedetailleerde figuren). Dit verschijnsel kan zich hier hebben voorgedaan, zodat het vinden van een redelijk kloppende transformatie geen garantie geeft voor de deugdelijkheid van de dipoolbenadering. Dit in tegenstelling tot het niet kloppen van zo'n transformatie - zoals vooral bij kronkelige lussen kan voorkomen - waardoor de benadering natuurlijk direct zal moeten worden verworpen. We moeten de resultaten dus met de nodige voorzichtigheid hanteren.

Onze eindconclusie zal dus, analoog aan die van vroeger, luiden: De dipoolbenadering voor elke proefpersoon op zichzelf behoeft zeker niet te worden verworpen en kan zonder twijfel dienen als een redelijke basis om voorlopig mee verder te werken, doch de individuele verschillen zijn van dien aard dat een aanpassing en uitbreiding van theorie en methodiek de volle aandacht dienen te hebben. (Zie hoofdstuk 15).

HOOFDSTUK 11.

De totale dipool en gecorrigeerde systemen.

Tot nu toe zijn we bij onze beschouwingen steeds uitgegaan van de dipoolbenadering, inhoudende: de elektrische hartactie kan worden voorgesteld door een vector, het dipoolmoment van een, wat de plaats betreft stationnaire, dipool. In de vorige hoofdstukken hebben we gezien dat deze voorstelling van zaken in het algemeen tot bevredigende resultaten leidt, doch dat soms de benadering te kort schiet. Het is dus zinvol onze veronderstelling uit te breiden. We doen dit door een verzameling van dipolen aan te nemen en te kijken in hoeverre de potentiaalverdeling op het oppervlak van het lichaam ons informatie verschaft over de verdeling van de dipooldichtheid in het lichaam.

Zò geformuleerd kan deze gedachte direct worden verworpen, want men kan principieel de dipoolverdeling binnen in een lichaam niet vinden, uitsluitend uit metingen van de potentiaal aan het oppervlak (Een conclusie waartoe reeds Gauss was gekomen met betrekking tot de vraag naar de oorsprong van het aardmagnetisme).

De onbepaaldheid van dit probleem zullen we met een eenvoudig voorbeeld aantonen: We denken ons een gesloten oppervlak met daarop een homogene verdeling van spanningsdipolen; dan staat loodrecht op elk oppervlakte-elementje een dipoolmoment, in grootte evenredig met het oppervlak van het elementje (zie fig. 49).

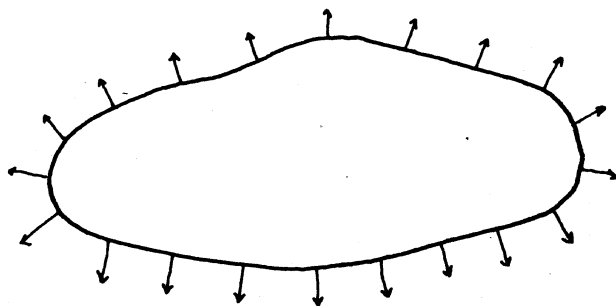


fig 49.

Homogene gesloten dipool laag.

Men kan bewijzen dat een dergelijke dipool laag een discontinuïteit vertoont in de potentiaal aan die laag. Deze potentiaalsprong zal overal aan het oppervlak hetzelfde zijn. Als gevolg daarvan zal een willekeurige potentiaalverdeling, ergens buiten dit gesloten oppervlak, niet beïnvloed worden door de aanwezigheid van dit oppervlak, wat ook de vorm ervan is. Toegepast op ons probleem, houdt dit in, dat wanneer aan een bepaalde dipoolverdeling in het hart één of meer homogene gesloten dipoollagen zouden worden toegevoegd, daarmee de potentiaalverdeling op het lichaamsoppervlak niet zou veranderen! Omgekeerd geeft een gegeven potentiaalverdeling op het lichaam géén uitsluitend over de dipoolverdeling binnenin. Wat men echter wél uit deze potentiaalverdeling kan vinden, is de totale dipoolwerking, het totale dipoolmoment dus, van een willekeurige dipoolverdeling binnen in een lichaam, vermits het lichaam bestaat uit een homogeen en isotroop medium. De theoretische uitwerking van dit probleem, enige jaren geleden (1954) gegeven door Gabor en Nelson, is, evenals de uitkomst, verrassend eenvoudig.

Stel een ruimte (fig. 50), naar buiten geïsoleerd en bevattende

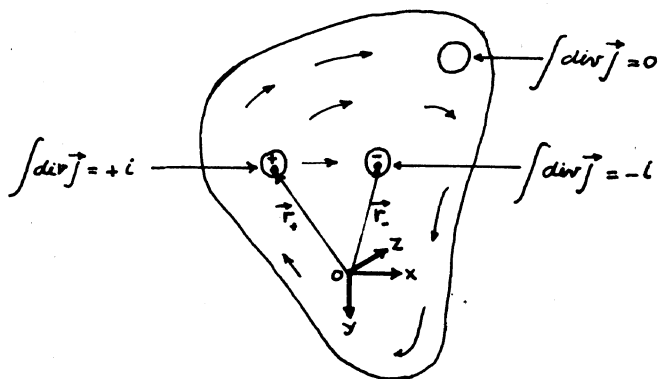


fig 50.

Positieve en negatieve stroompolen in een geïsoleerd homogeen en isotroop medium.

zoals reeds opgemerkt, een homogeen en isotroop medium. In de ruimte denken de auteurs zich een verzameling positieve en negatieve stroompolen, zodanig, dat het stromingsveld \vec{j} in het lichaam in het totaal noch positieve noch negatieve bronnen bevat, dus

$$\int_{\text{vol}} \text{div } \vec{j} \, dv = 0 \quad (63).$$

Het geïsoleerd zijn van het lichaam kunnen we formuleren door op te

merken, dat de normaalcomponent van de stroomdichtheid aan de grens nul is, met andere woorden:

$$\vec{j} \perp d\vec{S} \quad (64).$$

We beschouwen nu eens even één plus- en één minpool, een stroom i in- respectievelijk uit het lichaam voerende. De voerstralen naar deze polen vanuit de oorsprong van een willekeurig aangenomen coördinatenstelsel noemen we \vec{r}_+ en \vec{r}_- . Het product van de stroomsterkte i en de vector $(\vec{r}_+ - \vec{r}_-)$ noemen we \vec{D}_i , de "dublet sterkte":

$$\vec{D}_i = i(\vec{r}_+ - \vec{r}_-) \quad (65).$$

(zoals we vroeger zagen (pag. 26) wordt \vec{D}_i in de limiet voor $(\vec{r}_+ - \vec{r}_-) \rightarrow 0$ en $i \rightarrow \infty$, het dipoolmoment). We zullen laten zien hoe deze uitdrukking (65) gegeneraliseerd kan worden. Daartoe beginnen we met een, mathematisch wellicht niet geheel verantwoorde, maar wèl tot de goede uitkomst leidende stap: We denken ons elke pool "uitgesmeerd" over een volume-elementje Δv . Men zal direct inzien dat de divergentie van de stroomdichtheid, geïntegreerd over dit volume-elementje, juist de bij de pool passende stroom i oplevert. Dus, voor een pluspool,

$$\int_{\Delta v} \text{div } \vec{j} \, dv = i \quad (66a).$$

(waarin $\Delta v \gg dv$) en, analoog voor een minpool,

$$\int_{\Delta v} \text{div } \vec{j} \, dv = -i \quad (66b).$$

Dit alles geldt voor elk willekeurig stroomdublet in het lichaam. Natuurlijk zal, overal waar zich geen polen bevinden,

$$\int_{\Delta v} \text{div } \vec{j} \, dv = 0 \quad (66c).$$

Zonder op de problemen van singulariteiten in te gaan, stellen we, dat (66a) en (66b) blijven gelden als we van stroomdubletten overgaan op stroomdipolen. Het is dan duidelijk, dat we voor het totale dipoolmoment, veroorzaakt door een willekeurige verzameling stroomdipolen, mogen schrijven:

$$\vec{D}_1 = \int_{\text{vol}} \vec{r} \, \text{div } \vec{j} \, dv \quad (67).$$

We zullen aantonen dat deze uitdrukking in verband gebracht kan worden met de potentiaalverdeling, zoals we die op het oppervlak van het lichaam kunnen meten.

We beschouwen eerst de x-component van (67):

$$(\vec{D}_i)_x = \int_{\text{vol}} x \operatorname{div} \vec{j} \, dv \quad (68).$$

Volgens een regel uit de vectorrekening is

$$\operatorname{div} (x\vec{j}) = x \operatorname{div} \vec{j} + \vec{j} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad} x} \quad (69).$$

zodat

$$(\vec{D}_i)_x = \int_{\text{vol}} \operatorname{div} (x\vec{j}) \, dv - \int_{\text{vol}} \vec{j} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad} x} \, dv \quad (70).$$

Volgens het theorema van Gauss kunnen we voor de eerste term schrijven:

$$\int_{\text{vol}} \operatorname{div} (x\vec{j}) \, dv = \int_{\text{opp}} x \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (71).$$

want $\vec{j} \perp d\vec{S}$ (zie (64)). Dus:

$$(\vec{D}_i)_x = - \int_{\text{vol}} \vec{j} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad} x} \, dv = - \int_{\text{vol}} j_x \, dv \quad (72).$$

Eerder hebben we gezien dat $\vec{j} = -\sigma \overrightarrow{\nabla V}$ (vergelijk (17), pag. 25) waarmee we krijgen:

$$(\vec{D}_i)_x = \sigma \iiint \frac{\partial V}{\partial x} \, dx \, dy \, dz \quad (73).$$

Integratie naar x geeft:

$$(\vec{D}_i)_x = \sigma \iint V \, dy \, dz \quad (74).$$

waarin $V = V_1 - V_2$ (zie fig. 51), (V_2 , in de negatieve x-richting liggend, is hier negatief genomen); $dy \, dz$ is juist de x-component van het oppervlakte-elementje $d\vec{S}$. Dus:

$$(\vec{D}_i)_x = \sigma \int_{\text{opp}} V (d\vec{S})_x \quad (75a).$$

Een analoge overweging voor de y- en de z-component van \vec{D}_i levert:

$$(\vec{D}_i)_y = \sigma \int_{\text{opp}} V (d\vec{S})_y \quad (75b).$$

$$(\vec{D}_1)_z = \sigma_{\text{opp}} \int V (\vec{dS})_z \quad (75c).$$

Voegen we nu de componenten weer samen, dan krijgen we tenslotte :

$$\vec{D}_1 = \sigma_{\text{opp}} \int V \vec{dS} \quad (76).$$

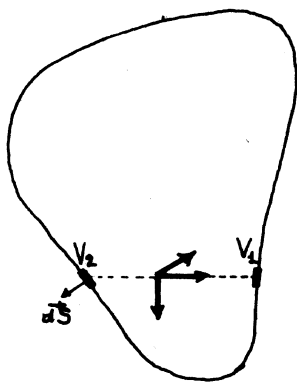


fig 51.

$$V \text{ (zie (74)) } = V_1 - V_2.$$

geëlimineerd.

Deze uitdrukking is inderdaad verrassend eenvoudig : Immers, om het totale dipoolmoment te krijgen heeft men niet anders te doen dan de potentiaal¹⁾ te integreren over het gehele lichaamsoppervlak, waarbij de vraag naar het aangrijpingspunt van de hartvector - dus het stationair zijn van de dipool - is

Vóór we op de praktische betekenis van (76) ingaan, willen we, omdat deze vergelijking van zo grote invloed is geweest op de verdere ontwikkeling van de vectorcardiografie, dit resultaat nog eens op een andere manier bewijzen. We zullen dit doen, uitgaande van een betrekking, die reeds eerder is genoemd en wel:

$$\vec{j} = \sigma (- \nabla V + \vec{E}^*) \quad (15).$$

(vergelijk pag. 25 en 28), waarin \vec{E}^* de zogenaamde motorische veldsterkte is, de oorsprong van de elektrische werking van het hart.

We beschouwen, evenals we dat vroeger deden, een homogene, geleidende en zich oneindig uitstreckende ruimte. In een bolvormig, hiervan afgescheiden, volume denken we ons een homogene motorische veldsterkte \vec{E}^* , veroorzaakt door diffusie en membraanwerking. Zoals in hoofdstuk 5 is afgeleid, kan voor de potentiaal in een punt ergens buiten de bol worden geschreven (in poolcoördinaten r en θ ,

¹⁾ Dat hier over "de potentiaal" wordt gesproken en niet van potentiaalverschillen lijkt tegenstrijdig aan wat hierover vroeger is beweerd. Dat is het echter niet, want er verandert niets wanneer we bij V een constant bedrag optellen. Immers, geïntegreerd over het gehele gesloten oppervlak levert deze constante een bijdrage nul.

vergelijk pag. 29) :

$$V = \frac{E^* \cos \theta \cdot \text{volume bol}}{4 \pi r^2} \quad (27).$$

Voor een willekeurig volume, dat men opgebouwd kan denken uit een verzameling grotere en kleinere bolletjes, gaat deze uitdrukking over in een integraal (vergelijk (28), pag. 29) :

$$V = \frac{\int_{\text{vol}} E^* \cos \theta \, dv}{4 \pi r^2} \quad (77).$$

Deze potentiaal kunnen we ook ontstaan denken door een stroomdipool geplaatst in de oorsprong van het coördinatenstelsel. Ook hiervoor leidden we een uitdrukking af (zie pag. 26) :

$$V = \frac{D_i \cos \theta}{4 \pi \sigma r^2} \quad (21).$$

Het zal duidelijk zijn dat we D_i hier kunnen identificeren met de totale dipool. Door (77) en (21) aan elkaar gelijk te stellen, krijgen we :

$$\vec{D}_i = \sigma \int \vec{E}^* \, dv \quad (78).$$

Substitueren we hierin (15), dan krijgen we

$$\vec{D}_i = \sigma \int \nabla \vec{V} \, dv + \int \vec{j} \, dv \quad (79).$$

De tweede term van het rechterlid zullen we nader bekijken : In overeenstemming met de afleiding van Gabor en Nelson nemen we aan dat in het beschouwde volume geen positieve of negatieve bronnen bestaan, dus dat $\text{div } \vec{j} = 0$. Dit houdt in, dat de stroomlijnen, volgens welke de electriciteit zich beweegt, gesloten moeten zijn. Laten we van deze stroombuizen er één uitlichten en de integratie $\int \vec{j} \, dv$ daarvoor uitvoeren. We zien (fig. 52) dat het volume dv van een

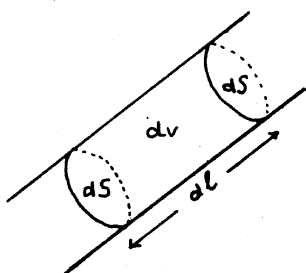


fig 52.

Een stroombuisje met doorsnede dS .

stukje buis ter lengte dl geschreven kan worden als : $dv = dS \cdot dl$, indien dS het oppervlak van de doorsnede is. Bedenken we nog, dat de vector \vec{j} steeds gericht is langs de richting van de stroomlijnen, dan geldt:

$$\int \vec{j} dv = \int j dS \vec{dl} \quad (80).$$

Hierin is $j dS$ de hoeveelheid electriciteit die per tijdseenheid door de buis stroomt, de stroomsterkte dus. Deze grootheid is, aangezien $\text{div } \vec{j} = 0$, constant, zodat :

$$\int j dS \vec{dl} = j dS \int \vec{dl} \quad (81).$$

Deze laatste integraal is juist nul, want de stroomlijnen zijn gesloten zoals we hierboven opmerkten. Dus :

$$\int \vec{j} dv = 0 \quad (82).$$

We schrijven nu nog de eerste term om, analoog aan wat we bij de eerste afleiding vonden :

$$\sigma \int_{\text{vol}} \frac{\vec{v}}{v} dv = \sigma \int_{\text{opp}} v d\vec{S} \quad (83).$$

(Gauss) (vergelijk (73) en (75a)), zodat we tenslotte krijgen :

$$\vec{D}_i = \sigma \int_{\text{opp}} v d\vec{S} \quad (76).$$

dezelfde uitkomst dus als Gabor en Nelson afleidden (zie pag. 79).

Wat zijn voor de praktijk van de vectorcardiografie de konsekventies van de hierboven uitgevoerde berekeningen ? Weliswaar lijkt de uitkomst zeer aantrekkelijk, maar strikt genomen zijn we nauwelijks verder gekomen, want bij de afleidingen zijn we steeds weer uitgegaan van homogene lichamen, terwijl een mens nu eenmaal verre van homogeen is. Men kan verschillende argumenten bedenken om de menselijke inhomogeniteit buiten beschouwing te laten. Dit houdt echter in dat men slechts kan zoeken naar een "effectieve dipool", die we ergens in het lichaam aanwezig moeten denken en die zodanig moet zijn dat de verschijnselen aan het lichaamsoppervlak daarmee zo goed mogelijk in overeenstemming zijn (vergelijk pag. 43). Doen we dit, dan mogen we het hierboven gegeven formalisme wél toepassen. Het zal duidelijk zijn dat we echter in de praktijk niet in staat zijn werkelijk een integraal te bepalen. We zullen ons dus tevreden moeten stellen met het opmaken van een som, die de werkelijkheid des te beter benadert, naarmate het

aantal termen groter is.

We zullen hierna enige systemen van vectorcardiografie bespreken die het beoogde op verschillende wijzen trachten te realiseren en die allen gemeen hebben dat ze gebruik maken van meer electroden dan het minimum van vier¹⁾, dat volgens de eerder behandelde dipoolbenadering nodig was om de drie componenten van de hartvector te bepalen.

1°. Het BW-systeem (Burger).

Als eerste noemen we een poging, twee al eerder toegepaste systemen te combineren. Het ene systeem bestaat uit de drie extremiteiten-electroden : rechterarm (R), linkerarm (L) en linkerbeen (F) en een vierde electrode (W) op de rug, naar voorbeeld van Wilson (verg. pag. 33). Het tweede systeem maakt eveneens gebruik van de extremiteiten, maar heeft de vierde electrode op de borst (B). Voor het gemak zullen we de systemen aanduiden met respectievelijk RLPW en RLFB.

Beschouwen we deze mogelijkheden apart, dan kunnen we verwachten, dat elk ervan op zich onvolkomenheden vertoont. Om hiervan een globale kwalitatieve indruk te krijgen, bedenken we dat het hart nogal aan de voorkant van de thorax is gelegen en dat het ten opzichte van de afmetingen van de thorax zeker niet te verwaarlozen afmetingen heeft. Dit betekent, dat dát gedeelte van de elektrische activiteit, dat aan de voorkant van het hart is gelegen, de electrode B meer beïnvloedt - dat wil zeggen B een groter potentiaalverschil ten opzichte van de andere electroden geeft - dan eenzelfde activiteit aan de achterzijde van het hart. Het omgekeerde zal natuurlijk het geval zijn voor de rugelectrode, zij het in mindere mate, omdat het relatieve afstandsverschil tussen vóór- en achterzijde van het hart en W minder groot is.

Deze onvolkomenheid, die een gevolg is van de eindige uitgebreidheid van het hart (beter : de grote uitgebreidheid van het dipoolvlak, zie hfdst. 15 en 16) kan men trachten te elimineren door de beide systemen te combineren en daarbij elk te voorzien van één of andere gewichtsfactor, als volgt geformuleerd :

$$\alpha (RLPW) + \beta (RLFB) \quad (84).$$

waarbij moet voldaan zijn aan :

1) D.w.z. drie onafhankelijke afleidingen.

$$\alpha + \beta = 1$$

(85).

Een keuze, die men wel heeft gedaan is : $\alpha = 1/3$,
 $\beta = 2/3$. Hierbij dient direct te worden opgemerkt, dat de ver-
 houding tussen α en β niet bijzonder kritisch is als RLFW en
 RLFB goed gefundeerde systemen zijn, zelfs dat zij volkomen wille-
 keurig mag worden gekozen als beide systemen afzonderlijk precies
 dezelfde resultaten zouden opleveren (In dat geval zou de dipool-
 benadering als exact juist en algemeen geldend mogen worden aan-
 genomen en zou combinatie in het algemeen geen zin hebben).

In de praktijk is men nu als volgt te werk gegaan. In de
 eerste plaats zijn de coëfficiënten van het RLFW-systeem zo goed
 mogelijk aan die van RLFB aangepast. Dit is gedaan op grond van
 de, niet exact geldende, dipoolbenadering en met behulp van de
 methode zoals die in hfdst.10, 2° is aangegeven. In het kort
 nog eens genoemd : Wanneer van vier electroden (hier : R, L, F en
 B) door modelmetingen, de plaatsen in de beeldruimte zijn bepaald,
 dan kan men, via een cancellation experiment, vinden welke line-
 aire combinatie (verg. (56) en (57)) van de drie afleidingsvec-
 toren, de afleidingsvector van de vijfde electrode (W) oplevert.
 Voor verschillende proefpersonen vindt men verschillende uitkom-
 sten (fig. 53) en hiervan wordt het gemiddelde genomen. De re-

sulterende electrode-
 plaatsen zijn weerge-
 geven in fig. 54.

Vervolgens gaat
 men na in hoeverre de-
 ze systemen elkaar
 dekken of, beter, wel-
 ke verschillen ze ver-
 tonen. Het blijkt, dat
 de verschillen in de
 hiermee verkregen vec-
 torcardiogrammen niet
 bijzonder groot zijn,
 maar voor zover aan-
 wezig, aanleiding ge-
 ven tot een gerichte,
 doch niet bijzonder
 kritische, keuze van
 α en β .

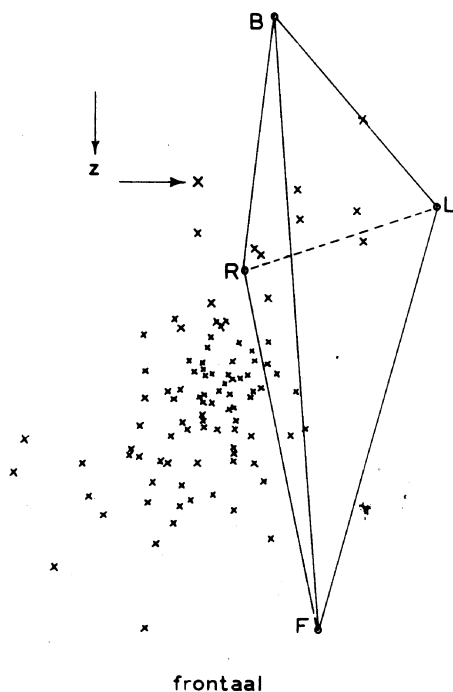


fig. 53.

Meetresultaten van de bepaling van
 de plaats van W' in de beeldruimte.

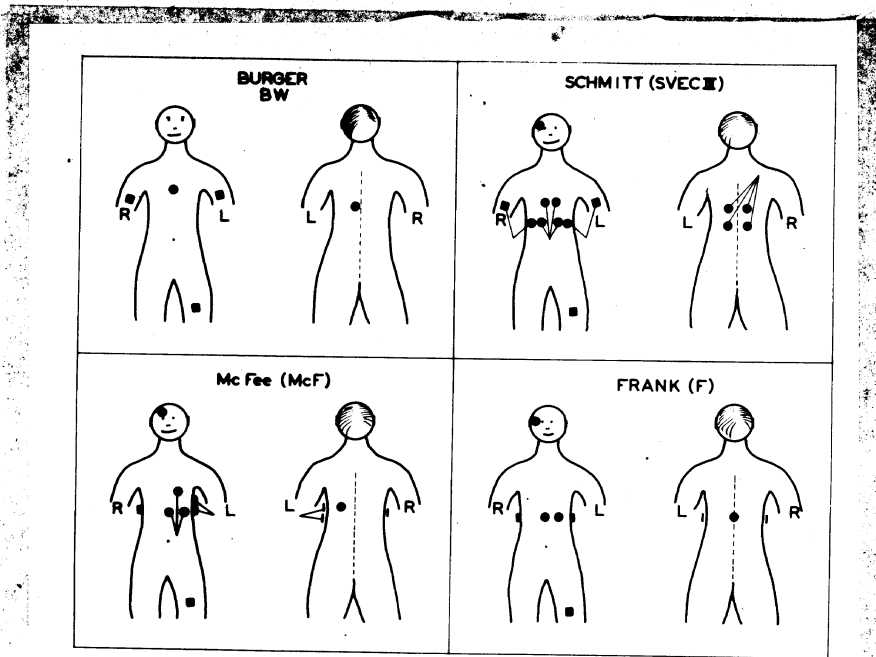


fig 54.

De electrodeplaatsen, behorend bij de vier besproken systemen van vectorcardiografie

De beide systemen moeten nu gecombineerd worden volgens het nu nog enigszins vage recept (84). We zullen dit nader toelichten : Volgens de dipoolbenadering kunnen we voor elk systeem een stel van drie vergelijkingen opschrijven, waarmee de drie componenten van de hartvector uitgedrukt worden in de drie onafhankelijke potentiaalverschillen, bv. voor RLFW :

$$X_a = a_{11}V_{WR} + a_{12}V_{FR} + a_{13}V_{LR} \quad (86).$$

en analoog voor Y_a en Z_a .

Voor RLFB geldt iets dergelijks :

$$X_b = b_{11}V_{BR} + b_{12}V_{FR} + b_{13}V_{LR} \quad (87).$$

en analoog voor Y_b en Z_b .

De combinatie is dan te schrijven als :

$$\begin{aligned} X &= \alpha X_a + \beta X_b \\ Y &= \alpha Y_a + \beta Y_b \\ Z &= \alpha Z_a + \beta Z_b \end{aligned} \quad (88).$$

We zien hieruit, dat elke component van de hartvector niet meer door drie, maar nu door vier potentiaalverschillen wordt gevonden. Waarmee een eerste poging is aangegeven om, door het gebruik van meer electroden dan het minimum van vier, meer onafhankelijk te worden van de localisatie van de dipoolwerking, zoals die in het hart, als generator van de elektrische verschijnselen, kan worden gedacht. We noemen dit een "gecorrigeerd systeem".

2°. Het F-systeem (Frank).

Dit, eveneens "gecorrigeerde systeem", maakt gebruik van zeven electroden (zie fig. 54). Waar bij het B-systeem gebruik gemaakt is van metingen aan een niet homogeen model, gecombineerd met gegevens uit experimenten met proefpersonen, heeft Frank zich geheel gebaseerd op metingen aan een homogeen model. In dit model is de plaats van de dipool, het kunsthart, gevarieerd terwijl voor elk geval uitgebreide metingen van de potentiaalverdeling aan het oppervlak zijn gedaan. Hieruit is een systeem ontstaan waarbij de electroden zo zijn geplaatst, dat de invloed van een verplaatsing van de dipool op de potentiaalverschillen tussen die electroden zo klein mogelijk is. Zo wordt dus elke component van de hartvector gevormd uit een, door Frank (zowel in de vorm van een netwerk van weerstanden als door coëfficiënten) aangegeven, lineaire combinatie van zes potentiaalverschillen.

3°. Het S-systeem (Schmitt).

Een methode, niet essentieel verschillend van die van Frank, is aangegeven door Schmitt, die zijn systeem eveneens heeft gefundeerd op metingen aan een homogeen model. Het aantal electroden is hier uitgebreid tot veertien (fig. 54). Sommige daarvan zijn door weerstanden zodanig tot een groep gecombineerd, dat individuele verschillen in localisatie van het hart en de dipoolverdeling daarin worden uitgemiddeld. Overigens grijpt de wijze waarop de electroden zijn gelocaliseerd, weer enigszins terug naar de oude wens, de drie componenten van de hartvector rechtstreeks "in de vorm van een spanning" in handen te krijgen (men lette wel op het feit, dat de eenheid van dipoolmoment $V \text{ cm}^2$ is !).

De wijze waarop dit is geschied is nu, in tegenstelling tot vroeger besproken systemen (zie pag.34), fysisch goed gefundeerd.

4°. Het M-systeem (McFee).

We zullen hier, evenals we dat in het eerste geval deden, de basis van dit systeem wat uitgebreider behandelen. McFee heeft gebruik gemaakt van de reciprociteitswet, reeds in de vorige eeuw afgeleid door Helmholtz. Wij zullen de gang van deze afleiding hier globaal nog eens volgen, om daarna het resultaat toe te passen op de problemen van de vectorcardiografie.

We maken gebruik van de stelling van Green, die, voor willekeurige functies φ en ψ , luidt :

$$\int_{\text{vol}} [\varphi(\vec{r}) \nabla^2 \psi(\vec{r}) - \psi(\vec{r}) \nabla^2 \varphi(\vec{r})] dv = \int_{\text{opp}} [\varphi(\vec{r}) \nabla \psi(\vec{r}) - \psi(\vec{r}) \nabla \varphi(\vec{r})] \cdot d\vec{S} \quad (89).$$

of, in andere notatie :

$$\int_{\text{vol}} [\varphi(x,y,z) \nabla^2 \psi(x,y,z) - \psi(x,y,z) \nabla^2 \varphi(x,y,z)] dv = \int_{\text{opp}} \left[\varphi(x,y,z) \frac{d\psi(x,y,z)}{dn} - \psi(x,y,z) \frac{d\varphi(x,y,z)}{dn} \right] dS \quad (90).$$

waarin ∇^2 de Laplace operator is en n de normaal op het gesloten oppervlak waarover wordt geïntegreerd, positief naar buiten.

In de hier volgende gedachtengang zullen $\varphi(x,y,z)$ en $\psi(x,y,z)$ potentialen voorstellen.

Beschouw een gesloten oppervlak (fig. 55) waarbinnen een

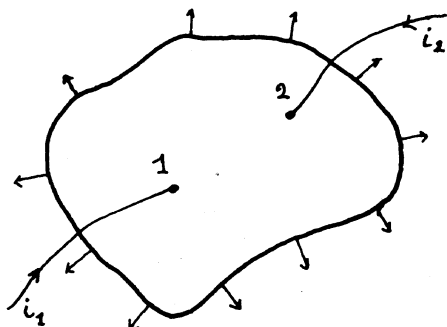


fig 55.

Twee puntvormige positieve stroombronnen in een homogeen medium.

homogeen geleidend medium. Hierin denken we ons twee puntbronnen, 1 en 2. Door deze bronnen worden respectievelijk een stroom i_1 en i_2 , voorlopig positief en willekeurig van grootte, naar binnen gevoerd, elk aanleiding gevend tot een potentiaalveld, V_1 en V_2 . Om een opeenhoping van elektrische lading te voorkomen, moeten de ingevoerde

stromen weer worden afgevoerd. We veronderstellen dat deze afvoer gelijkmatig over het gehele oppervlak geschiedt. Dit houdt in dat aan het oppervlak $\frac{dV}{dn} \neq 0$; in het bijzonder kiezen we $\frac{dV}{dn} = \text{constant}$, geldend zowel voor V_1 als voor V_2 (Hoe dit experimenteel te verwezenlijken is, doet niet ter zake, we gebruiken deze constellatie slechts als mathematische kunstgreep). Op de gesuperponeerde potentiaalvelden, door i_1 en i_2 opgewekt, passen we het theorema van Green toe. Volgens (90) moet dan gelden :

$$\int_V (V_1 \nabla^2 V_2 - V_2 \nabla^2 V_1) dV = \int_S (V_1 \frac{dV_2}{dn} - V_2 \frac{dV_1}{dn}) dS \quad (91).$$

Van het linkerlid zal

$$\int_V V_1 \nabla^2 V_2 dV = 0 \quad (92).$$

overall, behalve voor een volumeelementje (ΔV_2) in de directe omgeving van bron 2. We voeren nu de volgende notatie in :

$(V_1)_2 \equiv$ de potentiaal in het punt 2, veroorzaakt door de stroom, die bij 1 wordt binnen gevoerd; en analoog voor andere combinaties. Bedenken we dat in ΔV_2 V_1 vrijwel niet verandert, dan zal gelden :

$$\int_{\Delta V_2} V_1 \nabla^2 V_2 dV = (V_1)_2 \int_{\Delta V_2} \nabla^2 V_2 dV = - (V_1)_2 \frac{i_2}{\sigma} \quad (93).$$

Daarmee vinden we voor het linkerlid :

$$\int_V (V_1 \nabla^2 V_2 - V_2 \nabla^2 V_1) dV = - (V_1)_2 \frac{i_2}{\sigma} + (V_2)_1 \frac{i_1}{\sigma} \quad (94).$$

Uit het rechterlid van (91) beschouwen we $\int_S V_1 \frac{dV_2}{dn} dS$. Zoals we hiervoor conditioneerden is

$dV_2 / dn = \text{constant}$, dus deze term mag voor de integraal worden gebracht. Delen door - en vermenigvuldigen met - S geeft dan, zoals gemakkelijk is in te zien :

$$\int_S V_1 \frac{dV_2}{dn} dS = \frac{dV_2}{dn} S \frac{\int_S V_1 dS}{S} = - \frac{i_2}{\sigma} \overline{V_1} \quad (95).$$

waarin $\overline{V_1}$ het gemiddelde is over het oppervlak van de poten-

taal, veroorzaakt door bron 1. We vinden dus voor het gehele rechterlid :

$$\int_S (V_1 \frac{dV_2}{dn} - V_2 \frac{dV_1}{dn}) dS = - \frac{i_2}{\sigma} \bar{V}_1 + \frac{i_1}{\sigma} \bar{V}_2 \quad (96).$$

(94) en (96) samengevoegd, leidt tot de vergelijking :

$$(V_1)_2 i_2 - (V_2)_1 i_1 = -i_1 \bar{V}_2 + i_2 \bar{V}_1 \quad (97).$$

Deze uitkomst, als resultaat van een algemeen voorbeeld, zullen we toepassen op een meer gespecificeerd geval, waaruit weer een toepassing voor de vectorcardiografie kan volgen.

We beschouwen weer een homogeen geleidend lichaam, met daarin niet twee, doch vier stroombronnen : A, B, C en D. Voeren we bij A een stroom i_1 in en bij B dezelfde stroom weer uit, terwijl we bij C en D voor i_2 hetzelfde doen, dan mogen we het lichaam geïsoleerd denken en dus af zien van de enigszins kunstmatige werkwijze om de stroom over het oppervlak af te voeren (fig. 56).

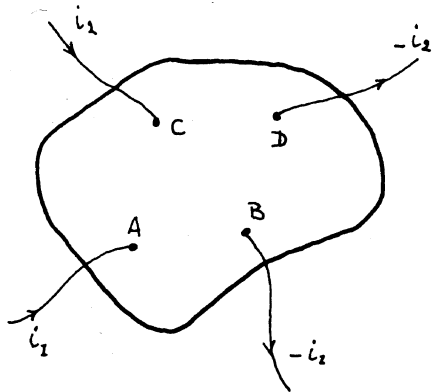


fig 56.

Twee positieve en twee negatieve stroombronnen in het homogene medium.

We beschouwen nu eerst alléén de punten A en C (Aangezien in deze punten alleen stroom het lichaam wordt ingevoerd, zullen we hier nog even gebruik moeten blijven maken van de veronderstelling $\frac{dV}{dn} = \text{constant}$). Volgens (97) kunnen we schrijven :

$$(V_C)_A \cdot i_1 - (V_A)_C i_2 = i_1 \bar{V}_C - i_2 \bar{V}_A. \quad (98)$$

Een analoge uitdrukking geldt voor de punten B en C, met dien verstande, dat voor de stroom ter plaatse van punt B, $- i_1$ genomen moet worden :

$$- (V_C)_B i_1 - (V_B)_C i_2 = - i_1 \bar{V}_C - i_2 \bar{V}_B \quad (99).$$

Tellen we (98) en (99) bij elkaar op, dan ontstaat :

$$(V_C)_{AB} i_1 - (V_{AB})_C i_2 = - i_2 (\bar{V}_A + \bar{V}_B) \quad (100).$$

waarin $(V_C)_{AB}$ staat voor het potentiaalverschil tussen de punten A en B, veroorzaakt door i_2 in C, terwijl $(V_{AB})_C$ de potentiaal in C is, gevolg van i_1 in A en $-i_1$ in B (Omdat de stroomdraden nu zelf voor de afvoer van lading kunnen zorgen, kunnen we het kunstmatige $dV/dn = \text{constant}$ vervangen door $dV/dn = 0$).

Men kan gemakkelijk inzien dat een soortgelijke formulering verschijnt wanneer in plaats van C, het punt D wordt genomen (waarbij we, zoals we dat hiervoor deden, i_2 weer vervangen door $-i_2$) dus

$$(V_D)_{AB} i_1 + (V_{AB})_D i_2 = i_2 (\bar{V}_A + \bar{V}_B) \quad (101).$$

Nu kunnen we (100) en (101) weer optellen, met als resultaat :

$$(V_{CD})_{AB} i_1 = (V_{AB})_{CD} i_2 \quad (102).$$

(weer mag natuurlijk $dV / dn = 0$ zijn).

Dit is het reciprociteitsprincipe van Helmholtz, symmetrisch in AB en CD.

Dit resultaat zullen we, in navolging van McFee, toepassen op de vectorcardiografie. Daartoe laten we in gedachten de punten A en B tot elkaar naderen en wel zó dicht, dat we van een stroomdipool mogen spreken. Tegelijkertijd laten we C en D uit elkaar gaan, in het bijzonder kiezen we daarvoor plaatsen aan het oppervlak van het lichaam (fig.57). We laten nu weer een stroom van A naar B en één van C naar D gaan, en schrijven de reciprociteitsstelling op voor dit geval, aangepast aan de gewijzigde situatie : Het potentiaalverschil tussen A en B, $(V_{CD})_{AB}$, geven

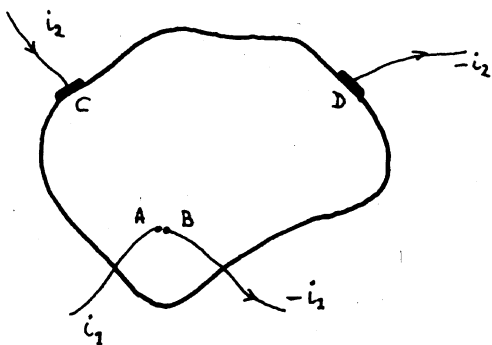


fig 57.

De punten A en B zijn elkaar genaderd tot ze een dipool

vormden, C en D hebben plaatsen aan het oppervlak ingenomen.

we nu door de veldsterkte $(\vec{E}_{CD})_{AB}$ tussen A en B, scalair vermenigvuldigd met de vector \vec{AB} .

Voor de spanning tussen C en D gebruiken we dezelfde uitdrukking die we vroeger hadden voor het potentiaalverschil tussen twee elektroden, veroorzaakt door een dipool ergens in het lichaam,

namelijk het scalair product van

de afleidingsvector \vec{abc} , met het dipoolmoment \vec{XYZ} (verg.(40)), dus :

$$(\vec{E}_{CD})_{AB} \cdot \vec{AB} \cdot i_1 = \vec{abc} \cdot \vec{XYZ} \cdot i_2 \quad (103).$$

Aangezien AB een stroomdipool is en \vec{XYZ} een spanningsdipool, wordt het tweede lid :

$$\vec{abc} \cdot \vec{XYZ} \cdot i_2 = \vec{abc} \cdot \frac{\vec{D}_1}{\sigma} \cdot i_2 = \vec{abc} \cdot \frac{\vec{AB} \cdot i_1}{\sigma} \cdot i_2 \quad (104)$$

(verg. pag. 26). Aangezien (104) geldt voor iedere \vec{AB} mogen we voor (103) schrijven :

$$\sigma (\vec{E}_{CD})_{AB} = i_2 \cdot \vec{abc} \quad (105).$$

of :

$$(\vec{j}_{CD})_{AB} = i_2 \cdot \vec{abc} \quad (106).$$

Dit is een belangrijk resultaat, want we zien nu dat, afgezien van een constante factor, de stroomdichtheid en de afleidingsvector dezelfde zijn. We passen dit toe op het volgende voorbeeld : Stel dat door het menselijk lichaam een stroom i wordt gestuurd van de linkerarm naar de rechter, dan geeft het stroomveld, op een willekeurige plaats in het lichaam, de afleidingsvector voor de elektroden R en L, als in diezelfde plaats een dipool geplaatst zou worden, aanleiding gevend tot een potentiaalverschil tussen R en L. Het stroomveld heeft in dit verband dan ook de naam afleidingsveld gekregen.

We kunnen nu het volgende opmerken : Gegeven twee electroden op het lichaamsoppervlak en een gebiedje, ergens binnen het lichaam, waarin een dipool is geplaatst. Wanneer we stellen dat de spanning tussen de electroden niet mag afhangen van de plaats van de pool, dan is deze bewering equivalent met : het stroomveld ("lead-field") in het gebiedje, gevolg van een stroom, gestuurd van de ene electrode naar de andere, moet homogeen zijn.

Gegeneraliseerd voor meer electroden : Voor een ideaal afleidingsstelsel zou een combinatie van potentiaalverschillen tussen diverse electroden zodanig moeten zijn, dat ter plaatse van het hart de plaats van de dipool geen rol meer speelt. Met behulp van de reciprociteitsstelling kunnen we dit ook zó formuleren : Een combinatie van stromen, gestuurd door de verschillende electroden,

moet ter plaatse van het hart een homogeen stroomveld opleveren.

En met deze opmerking zijn we in feite terug bij de formule van Gabor en Nelson (76), die in principe een methode aangeeft om het totale dipoolmoment te vinden, onafhankelijk van de plaats van de dipool.

Experimenteel zou men het probleem zó kunnen aanpakken : Stuur bij een model door een aantal electroden een elektrische stroom en varieer de electrodeplaatsen zodanig, dat ter plaatse van het hart een homogeen stroomveld ontstaat. Die electroden die redelijk voldoen aan deze eis, zullen met de juiste coëfficiënten - omgekeerd - goed bruikbaar zijn voor het bepalen van het totale dipoolmoment.

McFee heeft niet gewerkt met een elektrische stroom doch met een vloeistofstroom, die hij langs korreltjes $KMnO_4$ liet gaan in een glazen model (aanvankelijk tweedimensionaal en heterogeen, later driedimensionaal en homogeen). Het stroomveld tekende zich hierin af als paarse lijnen.

Het resultaat van McFee's experimenten was een systeem van negen electroden. Figuur 54, pag.84, geeft aan hoe deze over het lichaam zijn verdeeld.

Bij dit alles moeten wij wèl bedenken, dat het principieel niet mogelijk is te voldoen aan de eis van een homogeen stroomveld op de plaats van het hart, veroorzaakt door een stroom, gestuurd door een aantal electroden. Immers, bloed, hartspier en andere soorten weefsel hebben niet alle hetzelfde geleidingsvermogen. Dit impliceert een "breking" voor de stroomlijnen en dus zullen deze laatste bij de overgang van het ene medium naar het andere een knik vertonen, daarmee homogeniteit uitsluitend.

Dit betekent dat we de effectieve dipool, dat wil zeggen die dipool, die zo goed mogelijk het veld aangeeft zoals we dat aan het oppervlak van het lichaam meten, geplaatst moeten denken in een "hartholte", gevuld met een homogeen geleidend medium. Welk geleidingsvermogen we daarvoor moeten kiezen ? Een gefundeerde keuze hiervoor is niet te maken, en daarmee blijft een essentiële onbepaaldheid van het probleem.

Weliswaar wil dit niet zeggen dat het niet wenselijk zou zijn, fysisch zo goed mogelijk gefundeerde en medisch bruikbare systemen te vinden, maar deze principiele problemen dient men zeker in gedachten te houden.

Met nadruk willen we in dit verband waarschuwen voor de veelvuldig voorkomende maar onjuiste gedachte, als zouden alle moei-

lijkheden en onzekerheden omtrent het verband tussen de elektrische hartwerking en de afleidingen, specifiek zijn voor de vectorcardiografie. Natuurlijk zijn deze problemen voor de electrocardiografie essentieel dezelfde, al maakt men ze zich daar minder bewust.

Nog één systeem moet hier worden vermeld, namelijk dat van Rylant. Dit systeem gebruikt 72 elektroden die, om te voldoen aan de eis van praktische bruikbaarheid, zijn gevat in een soepel rubber vest, zodat patienten met verschillende lichaamsafmetingen gemakkelijk kunnen worden onderzocht. De elektroden zijn onderling verbonden door een passief netwerk van weerstanden. Hoewel de auteur dit in de publikaties onvoldoende motiveert suggereert hij, dat bij de theoretische achtergrond gebruik wordt gemaakt van de eigenschappen van de niet-Euclidische ruimte. Mede als gevolg van de gecompliceerdheid van het probleem is het nog niet goed mogelijk dit systeem naar zijn juiste waarde te schatten.

HOOFDSTUK 12.

Subjectieve en objectieve vergelijking van systemen van vectorcardiografie. Compromis in vectorcardiografie.

Bij alle mogelijkheden voor het ontwerpen van systemen van vectorcardiografie is het, natuurlijk, van zeer groot belang een criterium te vinden, waarmee het mogelijk is aan te geven in hoeverre het beeld, het vectorcardiogram, dat men met zo'n systeem kan opnemen werkelijk representatief is voor wat zich electrisch in het hart afspeelt, en ook of het systeem praktische waarde heeft. In de voorgaande hoofdstukken is duidelijk naar voren gekomen dat het ideale systeem niet bestaat. Het is niet mogelijk een systeem op zichzelf te beoordelen en we kunnen dus niet anders doen dan vergelijkenderwijs te werk gaan, dat wil zeggen, kijken in hoeverre de resultaten van twee systemen met elkaar overeenstemmen.

We zullen hiervoor twee werkwijzen aangeven : de subjectieve en de objectieve methode.

1°. Subjectieve vergelijking.

Deze methode is al zeer eenvoudig van aard en berust op niet anders dan het geven van een waardering met cijfers van 0 tot 10. Men is als volgt te werk gegaan : Twee vectorcardiogrammen van een patient, opgenomen met de twee systemen die men wil vergelijken, worden beoordeeld door drie personen, die hun oordeel betreffende de overeenstemming uitdrukken in een cijfer. Verschillen de beoordelingen weinig, dan worden zij gemiddeld en dan afgerond tot op gehele getallen. Wijken de waarderingen onderling echter meer af dan de twijfel, die de samenstellers bij hun beoordeling zelf gevoelden, dan wordt overleg gepleegd tot een gemeenschappelijk oordeel is gevormd. Doet men dit voor een groot aantal patienten, dan kan men tenslotte een redelijke indruk krijgen van de mate waarin twee systemen overeenstemmen.

Het subjectieve van deze wijze van vergelijken zit hem vooral daárin, dat speciaal gelet wordt op die kenmerken die voor de klinische diagnostiek van belang zijn, méér dan op puur geometrische gegevens. Zo is bijvoorbeeld bij frontale en horizontale projectie

belangrijk de verhouding van de maximale uitwijkingen in de X-richting, ter weerszijde van het centrum van de lus (de zogenaamde rechts-links verhouding). Verder is bijvoorbeeld ook de omloopszin van essentiële diagnostische betekenis, terwijl daarentegen weer minder naar de grootte van de lus wordt gekeken.

Haalt men zich bij het vergelijken van een nieuwe serie vectorcardiogrammen de werkwijze bij een vorige voor de geest, dan verkrijgt men daarmee een redelijke continuïteit van de betekenis der gegeven cijfers.

Het resultaat van een vergelijking (in ongeveer 175 gevallen) tussen de vier, in het vorige hoofdstuk genoemde, gecorrigeerde, systemen vindt men in fig. 58. Men treft hierin slechts de frontale en horizontale projectie aan (vergelijk fig. 25, pag. 34 en fig. 26, pag. 35). Dit vindt zijn oorsprong in de instrumentatie :

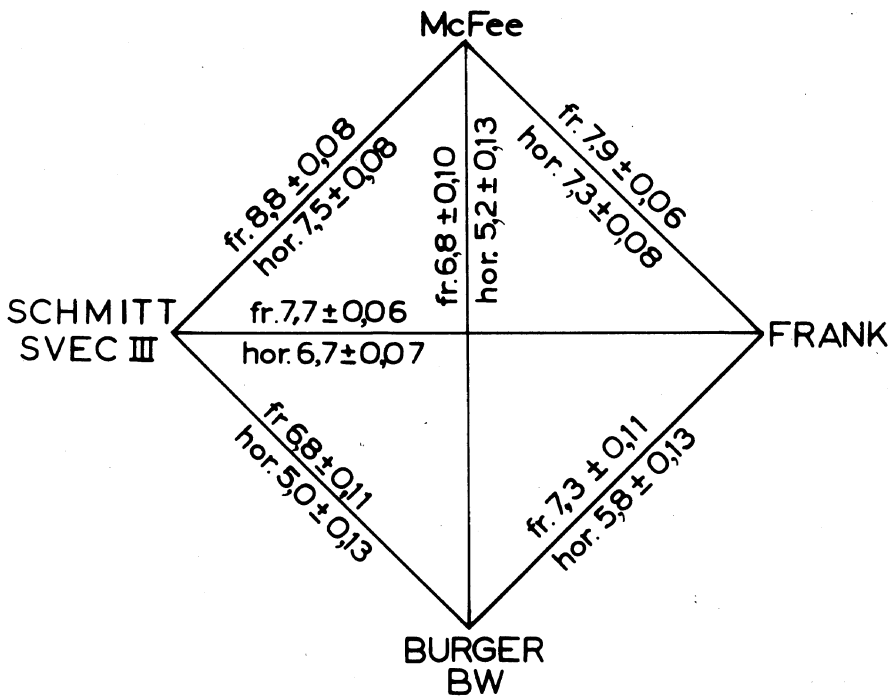


fig 58.

Diagram van de subjectieve vergelijking van vier systemen van vectorcardiografie.

de vectorcardiograaf was nog niet ingericht op het registreren van de sagittale projectie (Dat daardoor de drie componenten niet geheel gelijkwaardig zijn beoordeeld, daarvan zijn de opstellers van het schema zich zeker bewust geweest).

Men vindt bij elke beoordeling de standaardfout in het gemiddelde, op de gewone wijze verkregen door toepassing van de formu-

le :

$$\text{Standaardfout} = \sqrt{\frac{\sum_1 (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (107).$$

We merken bij figuur 58 nog het volgende op :

- a. Bij de vergelijking tussen elk tweetal systemen blijkt dat de frontale projectie steeds significant gunstiger is beoordeeld dan de horizontale. Dit vindt stellig zijn oorsprong in het feit, dat de sagittale component zo sterk beïnvloed wordt door de omstandigheid dat in de Z-richting (vergelijk fig.25, pag.34) het hart relatief zulke grote afmetingen heeft, als gevolg waarvan het verschil tussen een excitatie aan de voorkant en één aan de achterzijde van het hart groot zal zijn. Voor beide andere componenten zijn deze geometrische verschillen van minder betekenis.
- b. De overeenkomst tussen de systemen van Schmitt, McFee en Frank onderling is duidelijk beter dan tussen dat van Burger en de andere drie. De oorzaak hiervan moet o.a. worden gezocht in de overeenkomstige respectievelijk verschillende uitgangspunten van waaruit de systemen zijn ontwikkeld. In Utrecht is men uitgegaan van sterk heterogene modellen en proefpersonen terwijl de overige drie systemen zijn gebaseerd op metingen aan homogene modellen (zie echter pag. 91).
- c. Bij geen van de vier systemen is rekening gehouden met de anisotropie. Toch moet dit verschijnsel een niet onbelangrijke rol spelen, want metingen in de loop der jaren hebben uitgewezen dat het geleidingsvermogen in de lengterichting van een spier tot ongeveer 15 maal zo groot kan zijn als dat in de dwarsrichting. In de wijze waarop de anisotropie in rekening zou moeten worden gebracht heeft men echter nog zó weinig inzicht, dat men er voorlopig van heeft afgezien.

2°. Objectieve vergelijking.

We hebben er eerder (pag. 72) op gewezen dat het, indien de dipoolbenadering exact geldt, altijd mogelijk moet zijn een lineaire transformatie op te stellen, die twee willekeurige systemen, elk met vier elektroden (of meer), in elkaar overvoert. Laat men de dipoolbenadering vallen en gaat men, op basis van de theorie van Gabor en Nelson, uit van systemen met vier of meer onafhankelijke afleidingen (dus systemen, "gecorrigeerd" voor de uit-

gebreidheid en de verplaatsing van de dipool laag ; zie hoofdstuk 15 en 16) dan zal men in principe een dergelijke lineaire relatie niet meer mogen verwachten.

In het bijzonder komt men in moeilijkheden wanneer men een transformatiematrix heeft berekend voor één patient en deze gaat toepassen op een ander. Beter zijn de resultaten wanneer we uit uitgebreider informatiemateriaal een gemiddelde transformatie trachten te berekenen. Een dergelijke lineaire betrekking blijkt dan zeker recht van bestaan te hebben, als het er om gaat systemen, gemiddeld over vele individuen, met elkaar te vergelijken. Het is daarom dat we op de algemene werkwijze, die men bij het zoeken naar deze gemiddelde transformatie kan toepassen, wat dieper ingaan.

We beschouwen, evenals we dat in hoofdstuk 10, 3°, pag. 73 deden, twee vectorcardiogrammen (fig. 59), representanten van de twee systemen L en K, die we bekijken. Kiezen we op lus L één of

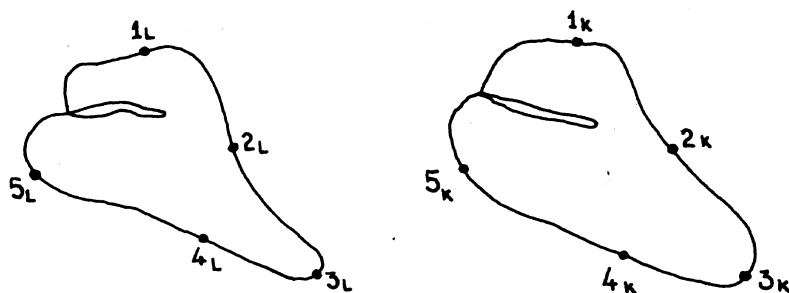


fig 59.

a) VCG uit L-systeem

b) VCG uit K-systeem.

Eén projectie is getekend als representant van de gehele lus.

ander punt en vervolgens op lus K het isofasische punt en noemen we de bijbehorende coördinaten X_L , Y_L , Z_L respectievelijk X_K , Y_K , Z_K dan geldt, bij aangenomen juistheid van de dipoolbenadering, de betrekking :

$$X_K = p_x X_L + q_x Y_L + r_x Z_L$$

$$Y_K = p_y X_L + q_y Y_L + r_y Z_L$$

$$Z_K = p_z X_L + q_z Y_L + r_z Z_L$$

(108).

waarin de 9 coëfficiënten $p_x \dots r_z$ dimensieloze grootheden zijn, slechts afhankelijk van de keuze van het coördinatenstelsel en de systemen K en L. In dit stel van drie vergelijkingen zijn de $X_K \dots Z_L$ de bekenden, de coëfficiënten zijn onbekend. Willen we deze laatste kunnen berekenen dan moeten we het aantal vergelijkingen uitbreiden tot minstens negen, dat wil zeggen we moeten vergelijking (108) opstellen voor minstens drie isofasische puntenparen.

In plaats van drie kunnen we ook vijf punten op de lussen nemen en voor elk paar het stelsel vergelijkingen opstellen. Dan krijgen we 15 vergelijkingen voor 9 onbekenden. Het probleem is nu overbepaald geworden. Om in een dergelijk geval het stelsel vergelijkingen op te lossen kunnen we gebruik maken van de methode van de kleinste kwadraten. Maar we gaan nog verder en laten het niet bij één lus, maar verzamelen een reeks vectorcardiogrammen van een groot aantal, bv. N^1) patienten, zodat we $3.5.N$ vergelijkingen hebben voor negen onbekenden. De methode van de kleinste kwadraten leidt ons tot "gemiddelde" waarden voor $p_x \dots r_z$ (De hierbij benodigde berekeningen zijn in de praktijk slechts met een "snelle" elektronische rekenautomaat uit te voeren).

Het resultaat, genoteerd als :

$$\begin{aligned} X_{L \rightarrow K} &= p_{x(L \rightarrow K)} X_L + q_{x(L \rightarrow K)} Y_L + r_{x(L \rightarrow K)} Z_L \\ Y_{L \rightarrow K} &= p_{y(L \rightarrow K)} X_L + q_{y(L \rightarrow K)} Y_L + r_{y(L \rightarrow K)} Z_L \\ Z_{L \rightarrow K} &= p_{z(L \rightarrow K)} X_L + q_{z(L \rightarrow K)} Y_L + r_{z(L \rightarrow K)} Z_L \end{aligned} \quad (109).$$

geeft aan met welke coëfficiënten we de drie componenten uit het L-systeem moeten vermenigvuldigen om, na optelling, gemiddeld de componenten te krijgen, die we anders "rechtstreeks" uit het K-systeem zouden kunnen opnemen. Anders gezegd : de transformatie geeft de mogelijkheid om met het L-systeem gemiddeld de vectorcardiogrammen van het K-systeem te imiteren.

Zonder in te gaan op de details van de methode vermelden we hier enkele resultaten, waarbij als voorbeelden genomen zijn : de transformatie van het M- naar het S-systeem en van het B- naar het M-systeem.

1) Berekeningen in Utrecht zijn uitgevoerd voor 169 gevallen, waarvan 41 normale personen en 128 patienten met hartgebreken.

$$\begin{aligned}
 X_{M \rightarrow S} & \Rightarrow (0,86 \pm 0,010)X_M + (0,01 \pm 0,013)Y_M - (0,09 \pm 0,010)Z_M \\
 Y_{M \rightarrow S} & \Rightarrow (0,01 \pm 0,005)X_M + (0,88 \pm 0,006)Y_M + (0,00 \pm 0,005)Z_M \\
 Z_{M \rightarrow S} & \Rightarrow (0,21 \pm 0,016)X_M + (0,13 \pm 0,021)Y_M + (1,05 \pm 0,016)Z_M
 \end{aligned}
 \tag{110}.$$

$$\begin{aligned}
 X_{B \rightarrow M} & \Rightarrow (0,71 \pm 0,013)X_B + (0,22 \pm 0,028)Y_B + (0,24 \pm 0,019)Z_B \\
 Y_{B \rightarrow M} & \Rightarrow (0,05 \pm 0,007)X_B + (0,97 \pm 0,011)Y_B - (0,17 \pm 0,010)Z_B \\
 Z_{B \rightarrow M} & \Rightarrow -(0,39 \pm 0,021)X_B + (0,60 \pm 0,033)Y_B + (0,92 \pm 0,030)Z_B
 \end{aligned}
 \tag{111}.$$

Hoe beoordelen we nu zo'n transformatie ? Natuurlijk zullen we eerst moeten nagaan wat we verwachtten of liever, wat we graag zouden willen zien verschijnen. Dat is, zoals vroeger opgemerkt, de identieke transformatie, gegeven door de coëfficiënten matrix (vergelijk pag. 72) :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
 \tag{112}.$$

Over het algemeen wijken de coëfficiënten $p_x \dots r_z$ niet al te veel af van de identieke transformatie (zie (110) en (111), maar toch is voor bepaalde personen de overeenkomst met (110) en (111) slecht. Niet alleen kan men daaruit de conclusie trekken dat de systemen duidelijk ongelijk zijn, maar zelfs kan men er een aanwijzing uit halen, waarin de systemen verschillen. Zo geeft de grote coëfficiënt $q_z(B \rightarrow M)$ in (111) aan dat een grotere Y-component in het B-systeem aanleiding geeft tot een grotere Z-component in het M-systeem, of, in geometrische taal gezegd : Een naar beneden gerichte lus in het B-systeem komt overeen met een wat sterker achterwaarts (of minder voorwaarts) gerichte lus in het M-systeem.

Bij de berekeningen die tot een transformatieformule leiden moeten we bedenken dat de "absolute grootte" van de lus daarin een rol speelt, te voorschijn komend bij het opmeten van de coördi-

naten der punten. Evenals bij de electrocardiografie, speelt bij de vectorcardiografie deze absolute grootte over het algemeen, geen belangrijke rol. Toch schuilt hiër een bron voor fouten, want het negeren van verschillen in grootte, zoals men dat in de klinische praktijk doet, heeft geen objectief analogon. Daarom is het noodzakelijk de schalen van de verschillende systemen zo goed mogelijk aan elkaar aan te passen. Daartoe heeft men een gemiddelde maat voor de grootte van de lus ingevoerd, gekarakteriseerd door :

$$\bar{H} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} + \frac{\sum y^2}{N} + \frac{\sum z^2}{N}} \quad (113).$$

waarbij gesommeerd wordt over alle vijf punten van alle N systemen. Voor elk systeem maken we \bar{H} gelijk aan een van te voren gekozen standaard (waarvoor het B-systeem is gebruikt). Zo hebben we een mogelijkheid de systemen in grootte aan elkaar aan te passen door middel van een correctiefactor.

Met het kennen van de transformatie hebben we eigenlijk nog betrekkelijk weinig kwantitatief inzicht in de mate waarin twee systemen overeenkomen of verschillen (ondanks het feit, dat een dergelijke informatie er natuurlijk impliciet in zit). Voor het verschil tussen het systeem L en het uit L door transformatie verkregen systeem L→K definiëren we daarom de "afstand", die door de transformatie wordt teweeggebracht :

$$(L - L \rightarrow K) = \sqrt{(X_{L \rightarrow K} - X_L)^2 + (Y_{L \rightarrow K} - Y_L)^2 + (Z_{L \rightarrow K} - Z_L)^2} \quad (114).$$

waarin :

$$\begin{aligned} (X_{L \rightarrow K} - X_L) &= (p_{x(L \rightarrow K)} - 1)X_L + q_{x(L \rightarrow K)}Y_L + r_{x(L \rightarrow K)}Z_L \\ (Y_{L \rightarrow K} - Y_L) &= p_{y(L \rightarrow K)}X_L + (q_{y(L \rightarrow K)} - 1)Y_L + r_{y(L \rightarrow K)}Z_L \\ (Z_{L \rightarrow K} - Z_L) &= p_{z(L \rightarrow K)}X_L + q_{z(L \rightarrow K)}Y_L + (r_{z(L \rightarrow K)} - 1)Z_L \end{aligned} \quad (115).$$

Voor deze afstand vinden we een gemiddelde waarde door voor de in (114) voorkomende X_L^2 , Y_L^2 ,etc., de gemiddelde $\frac{\sum X_L^2}{N}$, $\frac{\sum Y_L^2}{N}$,etc., gesommeerd over alle vijf N punten te substitueren. Delen we vervolgens nog door \bar{H} , dan ontstaat een gemiddelde relatieve afstand, δ , die het

mogelijk maakt het onderlinge verschil tussen twee systemen in getalmaat uit te drukken.

$$\delta = \frac{(L - L \rightarrow K)}{\sqrt{\frac{\sum X^2}{N} + \frac{\sum Y^2}{N} + \frac{\sum Z^2}{N}}} \quad (116).$$

(over de noemer kan geen misverstand bestaan, die was namelijk voor de beide systemen gelijk gemaakt).

We kunnen nu nog een uitdrukking vinden, die aangeeft in hoeverre het naar K getransformeerde L-vektorcardiogram met het werkelijke systeem K overeenkomt, anders gezegd, in hoeverre we er gemiddeld in zijn geslaagd met het naar K getransformeerde L-systeem ^(het K-systeem) te imiteren. Daartoe vergelijken we L → K met K zelf. Op analoge wijze als hierboven vinden we voor deze spreiding van L → K een relatieve grootte :

$$\Delta = \frac{\sqrt{(X_K - X_{L \rightarrow K})^2 + (Y_K - Y_{L \rightarrow K})^2 + (Z_K - Z_{L \rightarrow K})^2}}{\sqrt{\frac{\sum X^2}{N} + \frac{\sum Y^2}{N} + \frac{\sum Z^2}{N}}} \quad (117).$$

(De noemer is gelijk aan \bar{H} , zoals in (113) gedefinieerd). In deze uitdrukking substitueren we voor X_K^2 weer $\frac{\sum X^2}{N}$ etc.

We zullen van de grootheden δ en Δ enige getalvoorbeelden noemen om daarmee een indruk te geven van de orde van grootte.

transformatie	δ	Δ
B → M	0,35	0,44
M → S	0,22	0,31

(118).

Wat moet hieruit onze conclusie zijn voor de praktische waarde van de transformatie? Laten we bekijken wat in extreme gevallen uit het kennen van δ en Δ te leren is.

Ideaal zou het zijn als $\delta = 0$ en $\Delta = 0$, dat wil zeggen gemiddeld bestaat er geen verschil tussen bijvoorbeeld de systemen

L en K, de transformatie is de identieke en behoeft dus niet te worden uitgevoerd. Bovendien is de spreiding nul - een in de praktijk ondenkbaar geval - hetgeen wil zeggen dat de resultaten van het L- en K-systeem te allen tijde exact identiek zijn¹⁾.

Een kleine δ maar grote Δ zou betekenen, dat de afstand waarover de transformatie reikt klein zou zijn tegenover de spreiding. Men ziet direct dat dan transformatie geen enkele zin heeft. Dit in tegenstelling tot het geval dat δ een zekere waarde heeft en de daarbij behorende spreiding (Δ) klein is ; dan kan de transformatie met vrucht worden gebruikt om met de electrodeplaatsen van het ene systeem de resultaten van een ander systeem van vectorcardiografie te verkrijgen.

De tabel vertoont voor δ en Δ getallen die in grootte-orde niet veel verschillen. Bewust van het subjectieve element, schuilend in een uitspraak bij een dergelijk weinig evident geval, stellen we hier dat de transformatie juist nog zinvol is (de niet van exacte "afkomst" zijnde lezer realiseere zich wel, dat de fysica, hoe exact zij als wetenschap ook moge schijnen, het niet zonder de menselijke interpretatie kan stellen. De experimentele fysica is dikwijls alléén exact tussen de subjectieve keuze van een methodiek en de beoordeling van het eindresultaat).

Deze conclusie wordt gesteund door wat een "subjectieve vergelijking" oplevert. Vergelijken we namelijk het getransformeerde systeem met het systeem waarnaar getransformeerd is, dan valt de waardering over het algemeen bepaald gunstiger uit dan wanneer we de twee oorspronkelijke vectorcardiogrammen beschouwen, zoals gedemonstreerd in (119), waarin de gegevens van het B- en M-systeem zijn gemeld :

transformatie	δ	Δ	verge- lijking.	subjectieve waardering	
				frontaal	horizontaal
			B met M	6,9 ± 0,1	5,8 ± 0,1
B → M	0,35	0,44	B→M met M	7,9 ± 0,1	6,7 ± 0,1

(119)

1) Dit laatste is praktisch niet te controleren, want geen vectorcardiograaf is er op ingericht gelijktijdig twee of meer systemen te registreren. Aangezien de elektrische hartwerking van twee opeenvolgende slagen nooit geheel gelijk is kan de spreiding, door dit verschijnsel geïntroduceerd, niet geëlimineerd worden.

Figuur 60 geeft enkele voorbeelden, aan de praktijk ontleend. Zij zijn als demonstratie van het hierboven besprokene bedoeld, reden waarom fraai kloppende gevallen zijn uitgezocht.































	a		b		c	
						
B						
B→M						
M						
F						

fig 60.

Drie voorbeelden van succesvolle transformaties van het B- naar het M-systeem.

Op pag. 73 hebben we ons bezig gehouden met de individuele transformatie. We berekenden daar de coëfficiënten $p_x \dots r_z$ uit vijf isofasische puntenparen. De spreiding in het resultaat (dus de afwijking van het getransformeerde systeem met het systeem waarnaar getransformeerd werd) blijkt over het algemeen klein ten opzichte van de afstand δ waarover getransformeerd wordt, gevolg van het feit dat de transformatiematrix aan het individu is "aangepast". Vergelijken we voor meerdere individuele transformaties de δ , dan vinden we - helaas - grote verschillen, zelfs tot een factor vijf tussen de grootste en kleinste waarde. De grote Δ in de gemiddelde transformatie is dus niet zonder meer een gevolg van het slecht kloppen van de dipoolbenadering (want voor één individu voldoet deze goed) maar moet vooral geweten worden aan de grote verschillen tussen de individuen.

Wat kunnen we uit alle overwegingen betreffende de vergelijking van verschillende systemen nu leren ?

Ten eerste is het duidelijk geworden dat, welke fysische fundering men ook gekozen heeft en welke gedachtengang men ook volgde, er steeds een onzekerheid blijft in het eindresultaat, mede een gevolg van het feit dat ons object niet puur fysisch, maar biologisch van aard is. Wie slechts electrocardiografie bedrijft volgens een "knokboek recept", handelt, wat deze problemen betreft, geblinddoekt. De vectorcardiografie dwingt de gebruiker attent te zijn op de fysische moeilijkheden die achter zijn methode schuilen en die pas helder naar voren komen wanneer meer systemen worden gebruikt.

Ten tweede : Elk van de vier beschouwde, fysisch gefundeerde, systemen leidt, met enkele uitzonderingen, tot dezelfde klinische diagnose. Wat dit betreft mogen zij dus als klinisch gelijkwaardig worden beschouwd.

Wat ligt nu meer voor de hand dan de conclusie : Kies er één uit en laat dit het universeel gebruikte systeem zijn ? Alle verwarring op het gebied van de vectorcardiografie zou daarmee tot het verleden behoren ; vergelijking van vectorcardiogrammen, gemaakt over de gehele wereld, zou dan mogelijk zijn.

Helaas blijkt dat de psychologie een hartig woordje meespreekt wanneer het gaat om de keuze van het systeem ; zò zelfs dat, wat eenvoudig lijkt, nimmer is gerealiseerd !

Zou wellicht de fysica in staat zijn een brug te slaan over de kloof van sentimenten ? Wanneer verschillende standpunten tot elkaar moeten worden gebracht zoekt men gemeenlijk naar een acceptabel compromis. Fysisch betekent dit : Men zou systeem L halverwege K kunnen transformeren en K halverwege L. In de praktijk zou dit op een eenvoudige manier kunnen door een middeling van de coëfficiënten. En wel kunnen we de coëfficiënten van L en die van de transformatie van $L \rightarrow K$ middelen, in het kort genoteerd als :

$$L_{LK} = \frac{L + L \rightarrow K}{2} \quad (120).$$

en de inverse :

$$L_{KL} = \frac{K + K \rightarrow L}{2} \quad (121).$$

Vergelijken we de twee vectorcardiogrammen die volgens (120) en

(121) elk een halve transformatiestap hebben ondergaan, dan is de overeenstemming zeker beter dan wanneer één gehele transformatie is uitgevoerd. Indien de gebruikers van de beide systemen L en K elk hun systeem op een dergelijke manier zouden aanpassen, dan zouden de resultaten zonder veel moeite door beide gelezen kunnen worden, terwijl toch elk zijn "eigen" electrodesysteem zou kunnen handhaven. Deze gedachtengang te generaliseren, door voor elk systeem van vectorcardiografie een transformatie naar een "gemiddeld" systeem te construeren, ligt voor de hand. Zou men kunnen besluiten tot het aannemen van een dergelijk voorstel, dan zou een belangrijke stap zijn gezet in de richting van de eenheid in de vectorcardiografie.

Tenslotte nog een enkele opmerking betreffende de lineaire transformatie : Wanneer men de gemiddelde transformatie heeft berekend om systeem L over te voeren in het K-systeem, dan kent men daarmee nog niet de inverse transformatie van K naar L.

We laten dit zien aan het één-dimensionale geval : Als een groot aantal punten X_K en X_L gegeven is en een willekeurig punt X_L moet naar K worden getransformeerd met behulp van $X_{L \rightarrow K} = P_{X(L \rightarrow K)} X_L$, dan geeft de methode van de kleinste kwadraten $P_{X(L \rightarrow K)}$ door :

$$\sum X_K X_L = P_{X(L \rightarrow K)} \sum X_L^2 \quad (122).$$

Voor de inverse transformatie : $X_{K \rightarrow L} = P_{X(K \rightarrow L)} X_K$ vinden we $P_{X(K \rightarrow L)}$ uit :

$$\sum X_L X_K = P_{X(K \rightarrow L)} \sum X_K^2 \quad (123).$$

We zien direct dat

$$P_{X(L \rightarrow K)} \neq \frac{1}{P_{X(K \rightarrow L)}} \quad (124).$$

Helaas is het ook niet zo, dat, wanneer we van drie systemen, bv. K, L_1 en L_2 , de transformaties $K \rightarrow L_1$ en $K \rightarrow L_2$

kennen, we daaruit de transformatie $L_1 \rightarrow L_2$ kunnen afleiden. Dit betekent dat we voor het vinden van elke transformatie, tussen welk systemenpaar en in welke richting ook, het volledige rekenwerk moeten uitvoeren.

HOOFDSTUK 13.

De poolvector (\vec{P}).

Het vergaat de electrocardiografie als vele andere fysische methodieken waarmee men informatie tracht te verzamelen : we krijgen tenslotte zoveel van het begeerde goed dat de kwantiteit ons boven het hoofd groeit en we de kwaliteit er niet meer in kunnen terugvinden. De wiskunde heeft er, reeds lang geleden, iets op gevonden deze veelheid van gegevens in een voor de mens te overziene vorm te brengen, en wel door invoering van bijvoorbeeld gemiddelden, standaarddeviaties, significantietests, etc.

Ook een vectorcardiogram bergt in feite een zeer grote hoeveelheid informatie - hoe simpel het beeld van de lus er ook mogetzien - en we zouden dus graag methoden vinden om deze informatie, in het bijzonder bepaalde facetten ervan, op een eenvoudige en in het oog springende manier te karakteriseren. Deze wens heeft geleid tot invoering van enkele, voor bepaalde eigenschappen van het vectorcardiogram specifieke, grootheden. Twee hiervan, de poolvector (\vec{P}) en de ventriculaire gradient (\vec{G}), zullen we in dit en het volgende hoofdstuk bespreken.

Zoals we eerder (pag. 37) hebben opgemerkt is de omloopsrichting van de stip op het oscilloscoopscherm tijdens het "schrijven" van het vectorcardiogram een belangrijk gegeven bij het stellen van de diagnose. Dit geldt speciaal voor de frontale projectie. Door gebruik te maken van periodieke straalonderbreking is het mogelijk deze richting op de registratie vast te stellen (zie fig. 61) :

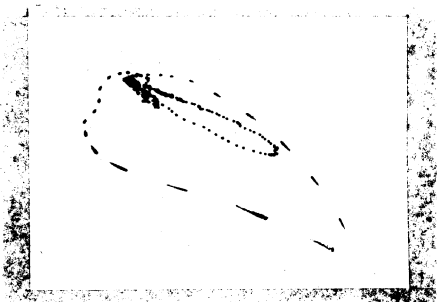


fig 61.

Een vectorcardiogram met tijdmerken. De omloopsrichting volgt uit de vorm van de stippen.

bij het onderdrukken van de elektronenstraal mindert de intensiteit geleidelijk, zodat de "punt" van de stip in de omloopsrichting wijst (verg. pag. 37). Moeilijkheden ontstaan echter, als in de frontale projectie de lus juist "op z'n kant" wordt gezien. Dan zal niet een open-, maar een zeer platte lus ontstaan of een 8-vormige figuur, waarvan het ene gedeelte met de klok mee, het andere tegen de klok in wordt geschreven. De wens

ook in dergelijke gevallen een duidelijk criterium te hebben, waarin omloopszin van de vector of, algemener, de ruimtelijke oriëntatie van het vlak van de lus zijn verdisconteerd, heeft mede geleid tot de invoering van het begrip "poolvector".

Laten we beginnen met aan te nemen dat de lus (we bedoelen hier steeds die van het QRS-complex) geheel in een plat vlak ligt. De stand van dit vlak kunnen we dan aangeven door de stand van de normaal op dat vlak. De richting waarin deze normaal wijst volgt uit de omloopsrichting van het vectorcardiogram met behulp van de welbekende schroefregel. De bijzonderheden die we wilden karakteriseren kunnen dus op eenvoudige wijze worden uitgedrukt door de stand van deze "poolvector".

Minder eenvoudig lijkt het, een analoog criterium te vinden voor het geval dat de lus niet in een plat vlak ligt, maar zich willekeurig door de ruimte kronkelt. Zoals we zullen aantonen is het in dat geval nog mogelijk een poolvector te definiëren.

Door de gesloten kromme - zoals de QRS-lus van een vectorcardiogram meestal is - brengen we een willekeurig gebogen vlak (S) aan. Met behulp hiervan kunnen we een definitie vinden voor de normaal van "het vlak van de lus". Daartoe verdelen we S in oppervlakteelementjes dS , die zó klein zijn dat we elk daarvan op zichzelf als vlak mogen beschouwen. Elk van deze elementjes is voor te stellen door een vector, loodrecht op - en met een lengte evenredig met het oppervlak en wijzend in een richting die, zoals we boven zagen, volgt uit de schroefregel toegepast op het vectorcardiogram. Alle vectoren die we op deze manier kunnen construeren, tellen we - vectorisch - op. Het resultaat is dan juist \vec{P} . In de limiet wordt dit een integraal :

$$\int d\vec{S} = \vec{P} \quad (125).$$

We zullen bewijzen dat deze uitdrukking niet afhankelijk is van de keuze van het aangebrachte vlak, maar uitsluitend wordt bepaald door de contour ervan, het vectorcardiogram dus. Daartoe brengen we een tweede vlak, S' , aan door de kromme, zodat een soort lensvormig doosje ontstaat. Ook S' verdelen we in elementjes om vervolgens, analoog aan (125) $\int d\vec{S}'$ op te maken, met dien verstande dat we de richting van $d\vec{S}'$ op S' juist tegengesteld kiezen aan die van $d\vec{S}$.

Vragen we naar de som van de beide integralen, dan ontmoeten

we een bekend feit : de vectorische integraal van de oppervlakte-elementen over een gesloten oppervlak is nul (vergelijk noot op pag. 79). Dus is voor gelijk gerichte \vec{dS} en \vec{dS}' :

$$\int \vec{dS} = \int \vec{dS}' = \vec{P} \quad (126).$$

\vec{P} is dus uitsluitend afhankelijk van de contour van het vlak, dus van het vectorcardiogram.

Hoe bepalen we \vec{P} nu in de praktijk ? Dit kan zeer eenvoudig, want de drie componenten van \vec{P} zijn juist gelijk aan de oppervlakken van de overeenkomstige projecties van het vectorcardiogram. Dat dit voor een plat vlak zo is ziet men gemakkelijk in. Immers, oppervlak van de projectie op het y,z-vlak en P_x worden beide gevonden door het vlak respectievelijk P, te vermenigvuldigen met $\cos \alpha$, waarbij α in beide gevallen dezelfde is. Dat de bewering ook voor een gekromd vlak geldig is, volgt uit het feit dat we dit uit kleine, platte, vlakjes opgebouwd mogen denken.

De oppervlakken van de drie projecties worden bepaald met behulp van een planimeter. Met het oog hierop is het wenselijk dat de vectorcardiograaf is uitgerust met drie oscilloscoop-schermen.

Nu heeft de ervaring geleerd dat diagnostisch de grootte van de lus aanzienlijk minder betekenis heeft dan de stand van de lus in de ruimte en de richting waarin zij wordt doorlopen. Dit heeft geleid tot de volgende meetkundige voorstelling en klinische methodiek : We laten de poolvector ontspringen in het centrum van een bol (met willekeurige straal). De plaats waar deze bol door \vec{P} wordt gesneden karakteriseert juist de informatie waarom het voor de klinische praktijk te doen is. Voor de praktische uitvoering moeten natuurlijk de carthesische coördinaten x,y en z getransformeerd worden naar de poolcoördinaten r, φ en ν , waarvan dus alleen de twee laatste worden gebruikt om azimuth en elevatie op de bol te vinden.

We kunnen zo van een groot aantal patienten de stand van de QRS-lus van het vectorcardiogram-vlak bepalen en aan het snijpunt van \vec{P} met de bol de diagnose - natuurlijk zonder dit gegeven verkregen - toevoegen. Het blijkt dan dat voor bepaalde pathologische gevallen gemiddeld deze snijpunten in een voor deze ziekte karakteristiek gebied van de bol terecht komen, terwijl andere gevallen in dit opzicht geen voorkeur vertonen. Zeer ka-

rakteristiek is het voorbeeld van het atriumseptumdefect waarvan de beide voorkomende typen zich onderscheiden door verschillende poolvector-standen. Hierop zal later nader worden ingegaan.

HOOFDSTUK 14.

De ventriculaire gradient (\vec{G}).

In het vorige hoofdstuk zagen we hoe de poolvector \vec{P} ingevoerd werd om de stand van het vlak van het vectorcardiogram in de ruimte aan te geven. Een andere, dergelijke, grootte die eveneens een eigenschap van de lus in zijn geheel weergeeft, kunnen we vinden voor de richting die de hartvector $\vec{H}(t)$ gemiddeld heeft. Men noemt deze grootte de ventriculaire gradient (\vec{G}). Dat \vec{G} essentieel iets anders is dan de stand van het vlak waarin de lus ligt, ziet men aan figuur 62, waarin de schematisch aangegeven krommen bijvoorbeeld in één vlak liggend gedacht kunnen worden en dus alle dezelfde \vec{P} -richting, maar verschillende \vec{G} hebben. (Ook kan men zich bv. nog lus 1 een andere stand (dus \vec{P}) gegeven denken, verkregen door rotatie om \vec{G}_1 als as, zonder dat daardoor aan de ventriculaire gradient iets is veranderd).

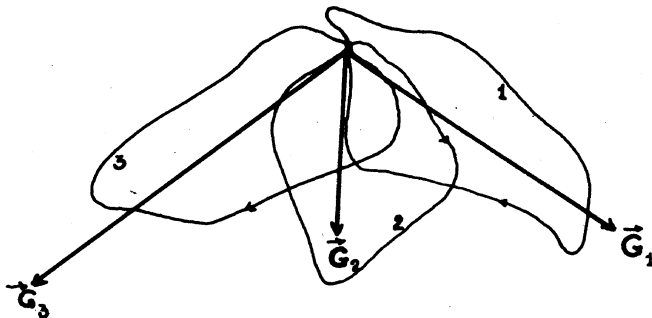


fig 62.

Drie vectorcardiogrammen in één vlak,
met verschillende \vec{G} .

Voor \vec{G} kunnen we een ondubbelzinnige formulering geven :

$$\vec{G} = \int \vec{H}(t) dt \quad (127).$$

Men kan hierin een uitbreiding zien van de integraal over de tijd, die men zich bij de electrocardiografie gedacht heeft op te

maken van $V(t)$ (het electrocardiogram).

(127) kan men opmaken over de depolarisatieperiode (het QRS-complex), over de repolarisatieperiode (T) of over beide samen. In dit laatste geval geldt dan :

$$\vec{G}_{QRS,T} = \vec{G}_{QRS} + \vec{G}_T \quad (128).$$

Dat men in deze beschouwing de werking van de atria (de P-top uit het electrocardiogram) niet opneemt, is een gevolg van het feit dat de integraal over de de- en repolarisatieperiode hiervoor een verwaarloosbare bijdrage geeft.

Omtrent de diagnostische betekenis van \vec{G} bestaat geen overeenstemming. Voor zoverre zij klinisch van waarde is, ontleent zij dit aan de eigenschap onafhankelijk geacht te worden van de oorsprong van de excitatie in het hart. Als zodanig zou zij aanwijzing geven over de toestand van de hartspier.

Deze reeds vroeger veronderstelde onafhankelijkheid van \vec{G} van de plaats van de excitatie, kunnen we met behulp van enkele algemene veronderstellingen aannemelijk maken.

We stellen de hartspier voor door een volume van willekeurige vorm (fig. 63). Op zeker tijdstip zal, zo nemen we aan, een ge-

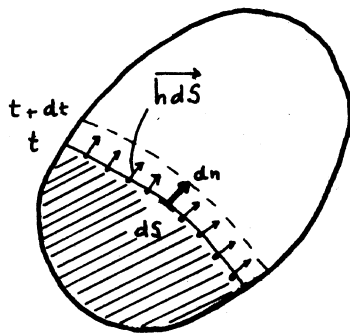


fig 63.

Het excitatiefront in het hart op tijden t en $t + dt$.
Het op tijd t geëxciteerde gedeelte is gearceerd.

deelte van de spier geëxciteerd zijn (het gearceerde deel in fig. 63) terwijl de rest nog in de gepolariseerde toestand (zie pag. 22) verkeert. De scheiding tussen deze twee gebieden is een dun laagje dat als een (excitatie)front door het hart loopt (op dit excitatiefront zullen we in hoofdstuk 16 terugkomen).

Dit front kunnen we algemeen beschrijven door de vergelijking van een vlak dat zich in de tijd verplaatst :

$$F(x, y, z, t) = 0 \quad (129).$$

Uit deze uitdrukking kunnen we ons t opgelost denken (hoe dit kan is voor de verdere berekening niet van belang). We geven dan t algemeen als functie van x , y en z :

$$t = f(x, y, z) \quad (130).$$

Algemeen wordt verondersteld dat het scheidingsvlak F juist de plaats is waar de bron van de elektrische hartwerking zetelt, de "oorsprong" dus van de locale hartvector (zie hoofdstuk 16). We zien dus F als een dipool laag ; in de figuur aangegeven met loodrecht op de laag staande pijltjes, de dipoolbijdragen $\vec{h}dS$, die tesamen de hartvector vormen. Veronderstellen we dat de bijdrage van elk oppervlakteelementje dS tot \vec{H} evenredig is met de oppervlakte van dat elementje, dan vinden we \vec{H} door de integraal :

$$\vec{H} = \int_S \vec{h}dS \quad (131).$$

waarin $|\vec{h}|$ voor de gehele hartspier constant wordt genomen.

In een tijdje dt zal het front zich over een afstand dn (die niet overal dezelfde behoeft te zijn) hebben verplaatst (fig. 63). Op grond van elementaire analyse kan men aantonen, dat

$$dn = \frac{dt}{\left[\left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (132).$$

$$\text{of :} \quad dt = dn \left[\left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (133).$$

waarin, volgens (130),

$$t = f(x, y, z).$$

Substitueren we deze laatste vergelijking in (127), dan krijgen we, wanneer we voorlopig alléén de depolarisatie beschouwen :

$$\vec{G}_{QRS} = \int_n \left[\int_S \vec{h}dS \right] \left[\left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} dn \quad (134).$$

Hierin is $dSdn = dv$, een volumeelementje van de hartspier. Daarmee gaat (134) over in :

$$\vec{G}_{QRS} = \int_V \vec{h} \left[\left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} dv \quad (135).$$

De uitdrukking tussen vierkante haken kunnen we nu omschrijven. Zoals bekend, is :

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x}, \frac{\partial t}{\partial y}, \frac{\partial t}{\partial z} \right) = \overrightarrow{\text{grad } f} = \nabla f \quad (136).$$

De absolute waarde van deze vector wordt juist gegeven door :

$$\left[\left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left| \nabla f \right| \quad (137).$$

Bedenken we dat ∇f de richting heeft van \vec{dn} , de normaal op het excitatievlak, en voorts dat \vec{h} langs deze normaal is gericht, dan mogen we voor (135) schrijven, (met $h \equiv |\vec{h}|$) :

$$\vec{G}_{QRS} = \int_V \vec{h} |\nabla f| dv = h \int_V \nabla f dv \quad (138).$$

Enige tijd na de excitatie zal zich een herstelproces (repolarisatie) over het hart uitbreiden. We nemen aan dat deze repolarisatie een tijd τ na de depolarisatie komt, zij het dat niet voor elk stukje van de hartspier dit tijdsinterval hetzelfde is. Dus τ is een functie van de coördinaten : $\tau = \tau(x, y, z)$.

Willen we nu (127) uitvoeren voor de repolarisatie dan zullen we voor de tijd moeten invullen :

$$t + \tau = f(x, y, z) + \tau(x, y, z) \quad (139).$$

Aangezien verder de berekening analoog verloopt vermelden we alleen het resultaat :

$$\vec{G}_T = \int_T \vec{H}(t) dt = -h \int_V (\nabla f + \nabla \tau) dv \quad (140).$$

waarin het min-teken verschijnt omdat bij de repolarisatie \vec{h} ten

opzichte van het gebied waarover we, nu integreren juist de andere kant op wijst.

Volgens (128) moeten we (138) en (140) optellen om de totale $\vec{G}_{QRS,T}$ te krijgen :

$$\vec{G}_{QRS,T} = \vec{G}_{QRS} + \vec{G}_T = \int \vec{H}(t) dt = -h \int \vec{\nabla} \tau dv \quad (141).$$

Waarmee is aangetoond dat, met aannahme van enkele algemene veronderstellingen, de ventriculaire gradient onafhankelijk is van de wijze waarop de excitatie door het hart loopt. Tevens geeft (141) betekenis aan het woord "gradient", dat vroeger, zonder de hier-vóór gaande achtergrond, was gekozen. Deze $\vec{\nabla} \tau$ bestaat, zoals reeds werd opgemerkt, als gevolg van het feit, dat het tijdsinterval tussen de- en repolarisatie van plaats tot plaats verschilt.

Waardoor, overigens, deze $\vec{\nabla} \tau$ ontstaat is niet precies bekend. Gedacht wordt aan een temperatuurgradient, doch hieromtrent bestaat geen zekerheid.

Vergelijken we de poolvector (\vec{P}) en de ventriculaire gradient (\vec{G}), dan ligt het voor de hand \vec{G} op dezelfde wijze meetkundig voor te stellen als \vec{P} , dat wil zeggen we laten weer \vec{G} ontspringen in het centrum van een bol en kijken naar de plaats waar de vector de bol snijdt (daarmee weer het gegeven van de lengte ter zijde schuivend). Voor elke lus kunnen we zo twee punten op het boloppervlak vinden en met dit puntenpaar is de QRS-lus uit het vectorcardiogram redelijk gekarakteriseerd. Men kan nu op de verdeling van de punten op de bol weer statistiek toepassen om daarmee gegevens over bepaalde pathologische gevallen te verkrijgen.

Liever dan hierop in te gaan willen we wijzen op het volgende : Het is duidelijk dat de grootheid \vec{G} de tijd impliciet bevat, dit in tegenstelling tot de vector \vec{P} , welke slechts afhangt van de stand van het vlak in de ruimte en niet van de wijze waarop - in de tijd - de lus wordt doorlopen. Onderstaande tabel geeft de situatie duidelijk weer :

	wel t	geen t
\vec{P}		+
\vec{G}	+	

Men kan zich nu afvragen of het mogelijk is voor beide groot-heden meer algemene uitdrukkingen te vinden, dus de open plaat-sen in het staatje op te vullen. Dit blijkt inderdaad te kunnen.

Op de nadere uitwerking van dit probleem zullen we hier niet ingaan. We volstaan slechts met de opmerking dat het, waarschijn-lijk met behulp van rekenmachines, wellicht mogelijk is uit de re-sultaten waardevolle diagnostische gegevens te verkrijgen.

Nog een andere, in dit verband passende, grootheid zou men kunnen vinden in het bepalen van de richting (en eventuele grootte) van de hartvector na een bepaald aantal (t) millisecon-den na zijn "start" (voor de gehele tijdschaal uitgevoerd komt dit neer op het expliciet vastleggen van de wijze waarop de lus in de tijd wordt doorlopen). Deze "t-milliseconde-vector" kan men weer karakteriseren door haar snijpunt met een bol. Zonder twijfel geeft, mits de waarde van t passend gekozen is, de verdeling van de punten op de bol waardevolle informatie bij het scheiden van bepaalde soorten afwijkingen. Voor de frontale projectie alléén zijn reeds proeven uitgevoerd (een cirkel vervangt daarbij de bol) en niet zonder succes. Dit probleem voor het 3-dimensionale ge-val aanpakken, is stellig de moeite waard.

HOOFDSTUK 15.

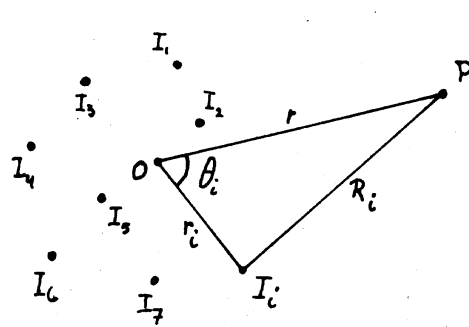
Het multipool effect.

Bij onze beschouwingen omtrent de hartvector hebben we tot nu toe steeds uitsluitend het dipool effect betrokken, de bijdragen van hogere polen verwaarlozend. Slechts terloops hebben we er vroeger (pag. 27) op gewezen dat de potentiaal in een punt P, veroorzaakt door een wolk van puntbronnen in een homogeen medium, geschreven kan worden als de sommatie van het monopool-^{dipool-}, quadru- pool- ,effect :

$$V_P = \frac{\phi_1}{r} + \frac{\phi_2}{r^2} + \frac{\phi_3}{r^3} + \dots \quad (22).$$

Het nul zijn van de eerste term en de eis van snelle convergentie van de reeks, deed ons de potentiaal gelijk stellen aan de tweede term. In dit hoofdstuk echter willen we, in aansluiting op hoofdstuk 5, iets dieper op de algemenere potentiaaltheorie ingaan, om aan de hand daarvan te kijken hoe het met de bijdrage van hogere polen, in het bijzonder de quadrupool, is gesteld.

We zullen eerst de ontwikkeling (22) nader beschouwen :
 We beschouwen een aantal puntbronnen I_i , binnen een klein gebiedje van een homogeen oneindig uitgebreid medium. De afstand van elke bron tot de oorsprong O van een - voorlopig willekeurig - in de wolk gekozen coördinatenstelsel, noemen we r_i (fig. 64). De potentiaal V_P in een punt P , afstand r van O, afstand R_i van I_i wordt, indien we nog stellen $\frac{I}{4\pi\epsilon} \equiv q_i$, gegeven door :



$$V_P = \sum_i \frac{q_i}{R_i} \quad (142).$$

Deze uitdrukking zullen we omvormen. Volgens de cosinusregel is :

$$R_i^2 = r^2 + r_i^2 - 2rr_i \cos \theta_i \quad (143).$$

fig 64.

Bij de berekening van de potentiaal in een punt P ten gevolge van een verzameling puntbronnen.

Waarmee voor V_P volgt :

$$V_P = \sum_i \frac{q_i}{(r^2 + r_i^2 - 2rr_i \cos \theta_i)^{\frac{1}{2}}}$$

of :

$$V_P = \sum_i \frac{q_i}{r} \left[1 + \left(\frac{r_i}{r} \right)^2 - 2 \frac{r_i}{r} \cos \theta_i \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (144).$$

Hoewel "algemeen" bekend is dat men voor (144) een uitdrukking kan geven met Legendre-polynomen, willen we dit nog in het kort nagaan :

(144) is van de vorm :

$$F(x,y) = (1 + y^2 - 2xy)^{-\frac{1}{2}} \quad (145).$$

Deze functie kan in een reeks worden ontwikkeld, zoals we in het kort zullen aantonen. Wordt $F(x,y)$ n maal naar y gedifferentieerd in het punt $y = 0$, dan is het resultaat :

$$\left(\frac{d^n F(x,y)}{dy^n} \right)_{y=0} = n! P_n(x) \quad (146).$$

waarin $P_n(x)$ de polynomen van Legendre zijn :

$$P_0 = 1 ; P_1 = x ; P_2 = \frac{1}{2}(3x^2 - 1) ; P_3 = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x) ; \dots$$

Ontwikkelen we $F(x,y)$ in $y = 0$, dan krijgen we :

$$F(x,y) = F(x,0) + y \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)_{y=0} + \frac{y^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right)_{y=0} + \dots + \frac{y^l}{l!} \left(\frac{\partial^l F}{\partial y^l} \right)_{y=0} \quad (147).$$

Met behulp van (146) is dit te schrijven als :

$$F(x,y) = (1 + y^2 - 2xy)^{-\frac{1}{2}} = \sum_l y^l P_l(x) \quad (148).$$

We mogen deze uitdrukking slechts toepassen als het rechterlid convergeert, hetgeen het geval zal zijn wanneer $y < 1$ en

$P_l(x) < 1$. Men kan aantonen dat dit laatste zo is wanneer $|x| < 1$.

De algemene uitdrukking (148) passen we nu toe op de potentiaalvergelijking (144). We zien dan dat :

$$V_P = \sum_i \frac{q_i}{r} \sum_l \left(\frac{r_i}{r}\right)^l P_l(\cos \theta_i) \quad (149).$$

of :

$$V_P = \sum_l \frac{\sum_i q_i r_i^l P_l(\cos \theta_i)}{r^{l+1}} \quad (150).$$

Als het punt P ver genoeg buiten de bronnenwolk ligt zal $\frac{r_i}{r} < 1$, zodat aan de voorwaarden voor convergentie van de reeks is voldaan. Noemen we nu :

$$\sum_i q_i r_i^l P_l(\cos \theta_i) \equiv Q_l \quad (151).$$

dan hebben we een eenvoudige uitdrukking voor de multipool ontwikkeling :

$$V_P = \sum_l \frac{Q_l}{r^{l+1}} \quad (152).$$

waarin de Q_l dus niet van r afhangen. In ons geval zal, aangezien uit ieder volumelementje van het hart evenveel electriciteit wegvloeit als er binnen komt, de monopool term wegvallen, want juist is :

$$Q_0 = \sum_i q_i = \frac{1}{4\pi\sigma} \sum_i I_i = 0$$

We zullen nu deze theorie toelichten met enkele voorbeelden.

1°. We beschouwen een stroomdublet. De oorsprong van het coördinatensysteem kiezen we midden tussen de + en - pool in. We berekenen de potentiaal in een punt P op afstand r van O (fig. 65) met behulp van (152) en (151). Substitueert men de gegevens uit fig. 65 in deze formules, rekening houdend met

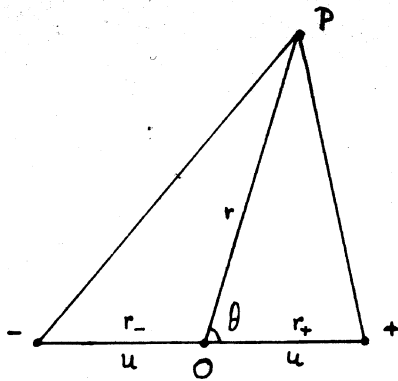


fig 65.

Een stroomdublet met de oorsprong van het coördinatensysteem midden tussen de polen in.

het teken van de stromen en met het feit dat de hoek tussen r en r_- gelijk is aan $\theta + \pi$, dan zal men, nog bedenken- de dat $|r_+| = |r_-| = U$, gemakkelijk kunnen nagaan dat

$$V_P = \frac{2I}{4\pi\epsilon} \left(\frac{U P_1(\cos \theta)}{r^2} + \frac{U^3 P_3(\cos \theta)}{r^4} + \dots \right) \quad (153).$$

De eerste term is de - verwachte - di- poolbijdrage, de tweede term represen- teert het octapool effect. We zien, dat de quadrupool term bij deze keuze van de oorsprong ontbreekt.

2°. Als tweede voorbeeld kiezen we een zogenaamde dipoolschaal. Dit is een cirkelvormige schijf (straal a), waarvan het middel- punt samenvalt met de oorsprong van ons coördinatensysteem en die gelijkmatig bezet is door dipolen, zódanig dat de rechter- zijde van de schaal juist de positieve polen bevat en de linker- kant de negatieve (fig. 66) (een bijzonder geval van een zoge- naamde "dipoolschaal") (zie ook hfdst. 16).

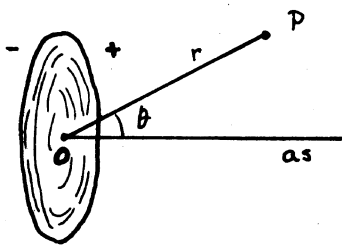


fig 66.

Een homogene dipool- schaal.

We berekenen weer de potentiaal in het punt P , op afstand r van O . We beperken ons tot het geval $r > a$. Om symmetrieredenen zal V_P een functie zijn van r en θ . Aangezien deze functie - die we weer schrijven in de vorm van een reeks - eindig moet blijven voor $r \rightarrow \infty$, zal de reeks alleen negatieve machten van r bevatten. Aangezien

van Laplace, $\nabla^2 V = 0$, (152), voor V_P :

$$\frac{P_l(\cos \theta)}{r^{l+1}} \text{ voldoet aan de vergelijking schrijven we, analoog aan}$$

$$V_P = b_1 \frac{P_1(\cos \theta)}{r^2} + b_2 \frac{P_2(\cos \theta)}{r^3} + b_3 \frac{P_3(\cos \theta)}{r^4} + \dots (154).$$

De constanten b_l hierin zijn te vinden door de potentiaal te berekenen voor het bijzondere geval van een punt op de as. Daarvoor is namelijk $\theta = 0$, zodat, aangezien $P_l(\cos 0) = P_l(1) = 1$, geldt :

$$V_{as} = \frac{b_1}{r^2} + \frac{b_2}{r^3} + \frac{b_3}{r^4} + \dots \quad (155).$$

V_{as} is te berekenen door integratie van

$$V dS = \frac{dD \cos \varphi}{4 \pi s^2} dS \quad (156).$$

over de dipoolschaal. Hierin is D het totale dipoolmoment van de schijf, dD dus de dipoolsterkte per oppervlak daarvan, s de afstand van een oppervlakteelementje dS tot het punt Q op de as, afstand r van O en φ de hoek zoals vroeger gedefinieerd (zie fig. 67) (vergelijk fig. 16 en (21) pag. 26 ; aangezien θ uit fig. 16 een andere is dan die uit fig. 66 hebben we daarvoor in (156) φ geschreven). Wanneer we het oppervlakteelementje ringvormig nemen geldt :

$$dD dS = \frac{D}{\pi a^2} 2 \pi e de \quad \text{terwijl}$$

$$s = (e^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}. \quad \text{Daarmee wordt } V_{as} :$$

$$V_{as} = \int_{e=0}^a \frac{D}{\pi a^2} 2 \pi e de \frac{1}{4 \pi (r^2 + e^2)} \frac{r}{(r^2 + e^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (157).$$

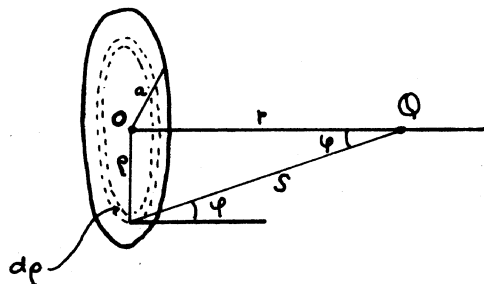


fig 67.

Bij de berekening van de potentiaal in een punt Q op afstand r van een homogene dipoolschaal.

Berekening van de integraal geeft :

$$V_{as} = \frac{Dr}{4 \pi a^2} 2 \left[r^{-1} - (a^2 + r^2)^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (158).$$

Om deze uitdrukking te kunnen vergelijken met (155), schrijven we hem in de vorm van een reeks :

$$V_{as} = \frac{D}{4\pi a^2} \left(\frac{a^2}{r^2} - \frac{3}{2 \cdot 2!} \frac{a^4}{r^4} + \frac{3 \cdot 5}{2^2 \cdot 3!} \frac{a^6}{r^6} - \dots \right) \quad (159).$$

Met behulp van (155) vinden we uit (154)

$$V_P = \frac{D}{4\pi r^2} \left[P_1(\cos \theta) - \frac{3}{4} \frac{a^2}{r^2} P_3(\cos \theta) + \frac{5}{8} \frac{a^4}{r^4} P_5(\cos \theta) - \dots \right] \quad (160).$$

De eerste term is weer het dipoleffect, de tweede de octapool bijdrage, enz. Het valt op, dat de quadrupool, evenals alle andere termen met oneven machten van r , wederom ontbreekt.

3°. In het volgende voorbeeld is de oorsprong van het coördina-
 tenstelsel gelegd in een wille-
 keurige plaats op de verbindings-
 lijn van twee stroompolen I en
 -I, samen een stroomdublet vor-
 mend (fig. 68) (in de limiet
 $r_1 - r_2 \rightarrow 0$ gaat het dublet weer
 over in een dipool). Men zal
 weer gemakkelijk (verg. 1°) kun-
 nen nagaan, dat de potentiaal in
 een punt P op afstand r van O
 gegeven wordt door (voor de be-
 tekenis van r_1 en r_2 zie fig.68):

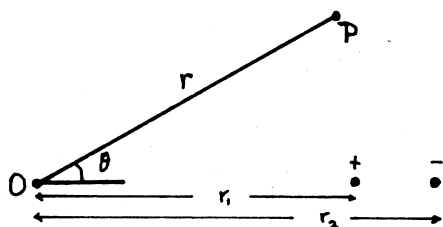


fig 68.

De oorsprong in een wil-
 lekeurig punt op de as
 van een stroomdublet.

$$V_P = \frac{I}{4\pi\epsilon} \left[\frac{r_1 - r_2}{r^2} P_1(\cos \theta) + \frac{r_1^2 - r_2^2}{r^3} P_2(\cos \theta) + \frac{r_1^3 - r_2^3}{r^4} P_3(\cos \theta) + \dots \right] \quad (161).$$

Ditmaal is de quadrupoolterm wèl aanwezig. Omdat dit in het eerste voorbeeld nièt het geval was, moet, aangezien we niet gebruik hebben gemaakt van een eventuele andere positie van P ten opzichte van het dublet, het verschijnen van de quadrupool term gezocht worden in de keuze van het coördinatensysteem. Gegeneraliseerd mogen we zeggen dat het verplaatsen van de oorsprong géén invloed heeft op de dipool, wèl op de hogere polen.

4°. Tenslotte nemen we niet één, maar twee - verschillende - stroomdublets. Terwille van de eenvoud zullen we aannemen dat

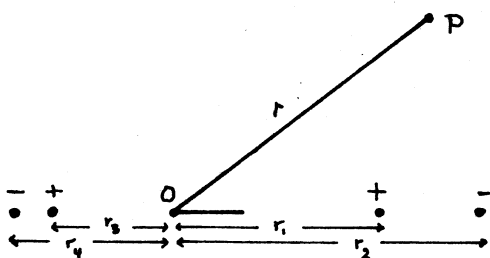


fig 69.

Twee verschillende stroomdubletten.

voor alle polen geldt, dat een stroom I wordt in- of uitgevoerd en dat de verschillen in de "dubletsterkten" worden bepaald door de onderlinge afstanden der polen. Ergens op de lijn, waarop de polen geacht worden te liggen (fig. 69), kiezen we de oorsprong. De potentiaal in P berekenen we weer met behulp van (151)

en (152) :

$$V_P = \frac{I}{4\pi\sigma} \left[\frac{P_1(\cos \theta)}{r^2} (r_1 - r_2 - r_3 + r_4) + \frac{P_2(\cos \theta)}{r^3} (r_1^2 - r_2^2 + r_3^2 - r_4^2) + \dots \right] \quad (162).$$

De aanwezigheid van de quadrupool term is nu niet alléén een gevolg van de keuze van de oorsprong, maar ook van het feit, dat hier een intrinsieke quadrupool aanwezig is.

We kunnen ons nu afvragen, in hoeverre het mogelijk is de quadrupool bijdrage minimaal te maken door een geschikte keuze van de oorsprong van het coördinatensysteem. Het zou dan wellicht mogelijk zijn in de vectorcardiografie de moeilijkheden die, zoals we in vorige hoofdstukken zagen, een gevolg zijn van het niet exact gelden van de dipoolbenadering, zo goed mogelijk te omzeilen. Men zal direct inzien dat het mogelijk is het gestelde te realiseren. Immers, verplaatsen we de oorsprong over een afstand δ , dan kunnen we voor $r_1^2 - r_2^2$ in de quadrupool term in (161) schrijven :

$(r_1 + \delta)^2 - (r_2 + \delta)^2$. Wil de quadrupool term verdwijnen, dan moet

$$(r_1 + \delta)^2 - (r_2 + \delta)^2 = 0 \quad (163).$$

Uit deze voorwaarde volgt voor δ :

$$\delta = -\frac{1}{2} (r_1 + r_2) \quad (164).$$

In werkelijkheid echter, kan de oorsprong zó ver verwijderd van het hart, zelfs van het gehele menselijk lichaam, terecht komen, dat de fysische realiteit ernstig geweld aangedaan zou worden, terwijl men de intrinsieke quadrupool nooit elimineren kan. Hoewel van medische zijde nog wel onderzoeken in deze richting worden gesuggereerd, geloven wij dat daarvan geen zinvolle praktische vooruitgang kan worden verwacht.

Beter kan men het coördinatenstelsel zijn oorsprong geven bijvoorbeeld in het "middelpunt" van het hart, om vervolgens experimenteel de grootheden te bepalen die de quadrupool werking karakteriseren.

Vóórdat we hierop dieper ingaan, keren we nog even terug naar de theorie :

We zagen in (152) hoe de potentiaal in een punt P, veroorzaakt door een bronnenwolk, gegeven werd door een reeks, in negatieve machten van r. We zullen deze reeks in een enigszins andere vorm schrijven door het punt P (fig. 64) niet met behulp van carthesische - doch met poolcoördinaten te beschrijven. Daarmee krijgen de Q_l uit (142) een andere formulering, en wel worden zij functies van azimuth en elevatie van de voerstraal naar P.

Ter onderscheid van de Q_l - en zonder op de expliciete vorm ervan in te gaan - schrijven we nu ϕ_n (waarbij we $n = 1, 2, 3, \dots$ kiezen om de index van ϕ overeen te doen stemmen met de macht van r). Dus :

$$V_P = \sum_{n=1} \frac{\phi_n}{r^n} = \frac{\phi_1}{r} + \frac{\phi_2}{r^2} + \frac{\phi_3}{r^3} + \dots \quad (22).$$

En daarmee is de eerste formulering van de reeks (zie (22), pag. 116 en pag. 27) teruggevonden.

Het blijkt van praktisch voordeel te zijn als we nog een andere formulering invoeren en wel een combinatie van carthesische- en poolcoördinaten. Dit kan met behulp van (22). We keren even terug naar de enkele dipool (pag. 26). Daar zagen we dat voor de potentiaal in een punt P op afstand r van de dipool gold :

$$V_P (:) = \frac{\cos \theta}{r^2} \quad (165).$$

Vermenigvuldigen we teller en noemer met r , dus :

$$V_P (:) = \frac{r \cos \theta}{r^3} \quad (166).$$

dan kunnen we in $r \cos \theta$ de (cartesische-) x -coördinaat zien. Aangezien ϕ_1 , zoals we opmerkten, juist een functie is van de richtingscosinussen naar P kunnen we trachten dit te generaliseren, door voor de dipool term uit (22) te schrijven :

$$\frac{\phi_2}{r^2} = \frac{r \phi_2}{r^3} \quad (167).$$

en na te gaan of het algemeen mogelijk is te substitueren :

$$V_{P(\text{dipool})} = \frac{r \phi_2}{r^3} = \frac{ax + by + cz}{r^3} \quad (168).$$

waarin x , y en z de gewone cartesische coördinaten zijn, en a , b en c door de dipoolsterkte worden bepaald. Men verifieert gemakkelijk dat (168) inderdaad voldoet aan de vergelijking van Laplace : $\nabla^2 V = 0$.

Een analoge bewerking, toegepast op de quadrupool term, leidt tot de opgave, na te gaan of het geoorloofd is te schrijven :

$$V_{P(\text{quadrupool})} = \frac{r^2 \phi_3}{r^5} = \frac{kx^2 + ly^2 + mz^2 + syz + txz + uxy}{r^5} \quad (169).$$

Het blijkt dat ook deze uitdrukking voldoet aan Laplace, echter op voorwaarde dat

$$k + l + m = 0 \quad (170).$$

Ook voor hogere polen kan men dergelijke uitdrukkingen vinden die, weer onder zekere voorwaarden, voldoen aan $\nabla^2 V = 0$. Hierop zullen we echter niet nader ingaan.

We zien aan deze eenvoudige schrijfwijze - eenvoudig omdat ingewikkelde gegeneraliseerde Legendre functies zijn verdwenen - dat de dipool, zoals we verwachtten, wordt gegeven door drie

grootheden, overeenkomend met de drie vectorcomponenten van het dipoolmoment. De quadrupool term bevat zes grootheden, k, l, m, s, t, en u. De extra relatie tussen de eerste drie maakt echter dat het veld door een quadrupool niet door zes maar door $6 - 1 = 5$ grootheden wordt gekarakteriseerd.

We spreken in zo'n geval van een tensor (hier een tensor van de tweede orde, als we een vector een tensor van de eerste orde noemen. Een vector en een tensor onderscheiden zich door de wijze waarop ze, bij rotatie van het coördinatensysteem, getransformeerd worden. En wel, zijn de componenten van een, door rotatie, getransformeerde vector lineaire functies van de richtingscosinussen die de draaiing bepalen, terwijl in hetzelfde geval een tensor van de tweede orde kwadratisch transformeert).

Uit het bovenstaande zien we dat, wanneer we bij de "vector"-cardiografie niet genoeg nemen met alleen het - vectorische-dipool-effect, maar we ook nog de quadrupool bijdrage in rekening willen brengen, we er ineens vijf onbekende grootheden bij te bepalen krijgen ! Maar dan is het vroegere minimum van vier elektroden niet meer genoeg. De $3 + 5 = 8$ onafhankelijke gegevens, die we nu te bepalen hebben, vereisen 8 onafhankelijke potentiaalverschillen, dus minstens 9 elektroden (waarmee we niet willen zeggen, dat elk aantal elektroden, groter dan vier, niet zinvol zou zijn in de "klassieke" vectorcardiografie. Het tegendeel is waar, zoals uit hoofdstuk 11 blijkt).

We volgen nu weer de werkwijze, zoals we die reeds eerder (pag. 40) hebben toegepast : Het potentiaalverschil tussen een zekere elektrode ergens op het oppervlak van het lichaam en een referentie elektrode (die natuurlijk eveneens op het lichaamsoppervlak zijn plaats mag vinden) schrijven we als een lineaire combinatie van de 3 dipool- en 5 quadrupool componenten :

$$V_{P_1} - V_{P_0} = V_1 = a_1X + b_1Y + c_1Z + d_1Q_1 + e_1Q_2 + f_1Q_3 + g_1Q_4 + h_1Q_5 \quad (171).$$

De 8 coëfficiënten $a_1 \dots h_1$ kan men vinden met behulp van model-experimenten, analoog aan wat vroeger (hfdst. 8) is beschreven bij de "afleidingsvectors". We vinden dan nu niet alleen een afleidingsvector (\vec{abc}) maar tevens een afleidingstensor ($defgh$).

Doen we dit voor 8 verschillende electrodeparen :

$$V_{P_1} - V_{P_0} = V_1 = a_1X + b_1Y + c_1Z + d_1Q_1 + e_1Q_2 + f_1Q_3 + g_1Q_4 + h_1Q_5$$

$$V_{P_2} - V_{P_0} = V_2 =$$

$$V_{P_8} - V_{P_0} = V_8 = a_8X + b_8Y + c_8Z + d_8Q_1 + e_8Q_2 + f_8Q_3 + g_8Q_4 + h_8Q_5$$

(172).

en bepalen we aan het model de 64 constanten $a_1 \dots h_8$, dan kunnen we, omgekeerd, uit de potentiaalverschillen, gemeten aan het menselijk lichaam, de 8 componenten vinden die de elektrische hartwerking beschrijven (vgl. pag. 40) :

$$X = \alpha_1V_1 + \alpha_2V_2 + \alpha_3V_3 + \alpha_4V_4 + \alpha_5V_5 + \alpha_6V_6 + \alpha_7V_7 + \alpha_8V_8$$

$$Y = \beta_1V_1 +$$

$$Z = \gamma_1V_1 +$$

$$Q_1 = \delta_1V_1 +$$

$$Q_2 = \varepsilon_1V_1 +$$

$$Q_3 = \zeta_1V_1 +$$

$$Q_4 = \eta_1V_1 +$$

$$Q_5 = \nu_1V_1 + \nu_2V_2 + \nu_3V_3 + \nu_4V_4 + \nu_5V_5 + \nu_6V_6 + \nu_7V_7 + \nu_8V_8$$

(173).

In plaats van 8 spanningen kan men er 9, 10, ... kiezen. Het, daarmee overbepaald geworden, probleem laat zich dan met behulp van de kleinste kwadraten methode (en een elektronische rekenmachine !) oplossen, als octapool en hogere polen worden verwaarloosd.

Natuurlijk is het niet mogelijk de vijf quadrupool componenten in één figuur samen te voegen, zoals het vectorcardiogram de ge-

dragingen van de dipoolvector tijdens de hartcyclus in beeld brengt. We zouden niet méér kunnen doen, dan de Q's als vijf afzonderlijke tijdfuncties registreren en de verbinding van deze curven opnemen in de reeks beschouwingen, die tot de diagnose van het onderzochte hart leiden.

De hier uiteengezette werkwijze is, hoe simpel hij ook moge schijnen, zó gecompliceerd en daardoor zó onzeker van experimenteel resultaat, dat klinische toepassingen nog tot de grote uitzonderingen behoren.

HOOFDSTUK 16.

De oorsprong van de elektrische hartactie.

Bij alles wat we tot nu toe opmerkten over en om de elektrische werking van het hart zijn we voorbijgegaan aan de verschijnselen die voor het bestaan van deze werking verantwoordelijk moeten worden gesteld. Het is de bedoeling daarop in dit hoofdstuk in te gaan. Er zij echter met nadruk op gewezen dat géén uitputtende behandeling is beoogd. We volstaan met een globale uiteenzetting, in dit geschrift op zijn plaats om het onderwerp van onze overwegingen haar fundament niet te onthouden.

We hebben gezien dat het voorstellen van de elektrische hartactie met behulp van één enkele dipool op een constante plaats, geen werkelijk bevredigende resultaten oplevert. In de hoofdstukken 14 en 15 is reeds gebruik gemaakt van een andere, naar zal blijken meer reële, zienswijze, door invoering van het excitatiefront (dipoolfront of dipoolschaal). Deze zienswijze is ontstaan na potentiaalmetingen aan het oppervlak van het hart.

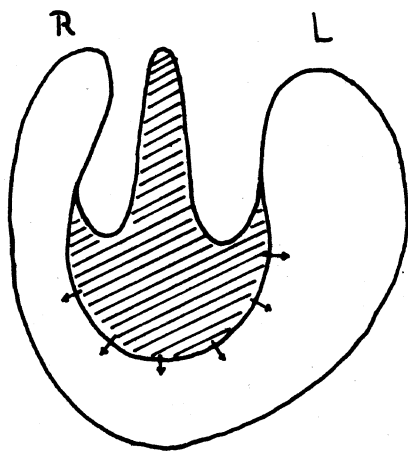


fig 70.

Doorsnede van het hart met
excitatiefront.

Hoe men zich dit excitatiefront moet voorstellen laat fig. 70 zien. Getekend is een doorsnede van het hart, waarvan een gedeelte (het gearceerde) is geexciteerd, terwijl de rest in de rusttoestand verkeert. De elektrische dipoolwerking is gericht van geexciteerd naar niet-geexciteerd.

Meer verfijnde meettechnieken van later jaren, waarbij men ook in de hartspier heeft gemeten, hebben de onderstellingen over het excitatiefront bevestigd en uitgebreid. Voorafgaande aan de resultaten van deze onderzoeken willen we enige bijzonderheden om-

trent de gebruikte methodieken vermelden.

Om in het hart door te dringen is een naald nodig, voorzien van electroden. Men heeft hiervoor gebruikt een fijne holle naald, die over een gedeelte van haar lengte is voorzien van kleine openingen (0,1 mm diameter). Deze openingen, die op onderlinge afstanden van de orde van een millimeter zijn aangebracht, bevatten de uiteinden van, in de naald gebundelde, draadjes ; in feite dus een systeem van microelectroden, tussen elk paar waarvan men de spanning kan meten. Steekt men een of meer van deze naalden (men is gegaan tot een systeem van 21 stuks) in het hart, dan kan men, door de spanningen tussen de electroden te meten als functie van de tijd, een indruk krijgen van de eigenschappen van het excitatiefront.

Men kan daarbij gebruik maken van de bipolaire methode of van de unipolaire. In het laatste geval wordt de spanning gemeten tussen een electrode van de naald en één vaste electrode, bijvoorbeeld ergens op het lichaam geplaatst, terwijl in het eerste geval spanningen tussen naburige electrodeparen van de naald worden gemeten. Het potentiaalverloop, zoals dat bij elk van de beide systemen ontstaat wanneer het excitatiefront een electrode passeert, is schematisch weergegeven in figuur 71.

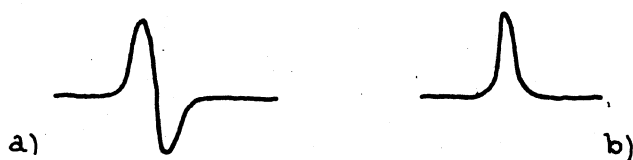


fig 71.

a = unipolaire curve.

b = bipolaire curve.

Uit de onderlinge afstand der electroden in de naald, de tijdsverschillen tussen dezelfde verschijnselen bij de successieve electroden en de vorm van de curven, kunnen de snelheid waarmee het front zich voortplant en de dikte van de

laag worden gemeten.

Daarbij is gebleken, dat men de dikte van het front mag stellen op hoogstens 1 mm. Ten opzichte van de afmetingen van de hartspier is dit zo weinig dat we van een echte dipoolschaal mogen spreken.

Voor de voortplantingssnelheid zijn verschillende bedragen gemeten voor verschillende soorten weefsel :

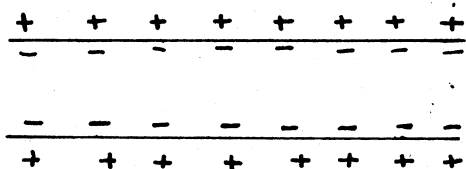
Myocard (hartspier)	30 à 50 cm/s
Purkinjé (prikkelgeleidings-)systeem	100-170 cm/s
Atrioventriculair knoop	5-12 cm/s.

De eerste twee opgaven gelden voor het QRS-complex ; voor de contractiefase van de ventrikels dus (De elektrische verschijnselen optredend bij het herstelproces blijken minder gemakkelijk gemeten te kunnen worden). De resultaten komen redelijk overeen met wat we uit het electrocardiogram, waarvan het QRS-complex zich in ± 60 ms voltrekt, zouden verwachten (Stelt men de hartafmetingen van de orde van 8 cm en kiest men voor de voortplantingssnelheid 140 cm/s, dan vindt men voor de duur van het QRS-complex : $8/140 \text{ s} = 60 \text{ ms}$).

Speciale aandacht vestigen we nog op de geringe snelheid waarmee de excitatie zich voortplant in het weefsel van de atrioventriculair knoop. We vinden hierin namelijk de verklaring voor de vertraging, optredend tussen de prikkeling van de atria en de ventrikel, welke de laatste doet contraheren nadat de eerste hun contractie hebben beëindigd, zo een efficiënte ejectie mogelijk makend.

Hoe kunnen we het dipoolvlak begrijpen uit de microstructuur van de hartspier ?

Evenals alle andere spieren bestaat de hartspier uit vezels, in dikte variërend van 5 tot 100 μm (in hoofdstuk 2 is de anatomie van het hart nader uiteengezet). Elk van deze vezels kunnen we beschouwen als een cilindertje met als wand een semipermeabel membraan, 70 à 80 Å dik en met zeer bijzondere eigenschappen. Een oud beeld dat zijn zin nog niet heeft verloren toont de vezel als een cylindercondensator waarbij het membraan de isolator is. In gepolariseerde toestand is de condensator van binnen



negatief, van buiten positief geladen (fig. 72), zo aanleiding gevend tot een bepaalde membraanspanning. Onder bepaalde omstandigheden heeft ergens een "doorslag" plaats, waardoor het membraan geleidend wordt.

De condensator kan zich daar ontladen (fig. 73) zo-

fig 72.

Spiervezel in gepolariseerde toestand als "geladen condensator".

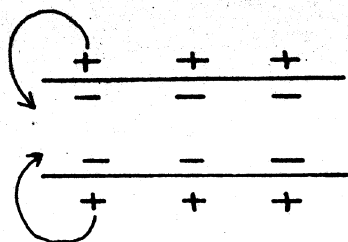


fig 73.

Ter plaatse van een doorslag kan de "condensator" zich ontladen.

grenswaarde wordt opgevoerd). Dit verschijnsel maakt dat, wanneer het excitatieproces ergens de kans krijgt te beginnen, de evenwichtsverstoring zich langs de gehele vezel voortplant, daarbij aanleiding gevend tot een electrisch verschijnsel.

We zullen van het hier enigszins ruw geschetste beeld enkele details bespreken. Daartoe moeten we weer doordringen tot het binnenste van ons object. De meest gebruikelijke experimentele methode zullen we, evenals hiervóór, bekijken alvorens de resultaten van de onderzoekingen te vermelden.

Om in een spiervezel binnen te dringen moet men beschikken over een uiterst dunne naaldvormige electrode. Men heeft deze gevonden in een uitgetrokken glazen buisje - waarvan men de dikte aan de top soms tot $\pm 1 \mu\text{m}$ heeft kunnen reduceren - open aan beide zijden en gevuld met electrolyt, bijvoorbeeld KCl. Om onhandelbare hoge weerstanden te vermijden laat men de buisjes achter de punt snel wijder worden (fig. 74). Toch is de totale

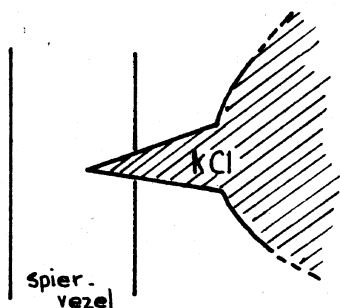


fig 74.

Glazen electrode in een spiervezel gestoken.

dat het potentiaalverschil wordt genivelleerd. Nu heeft het membraan de byzondere eigenschap dat het geleidend wordt - "doorslaat" - juist als de spanning tussen binnenkant en buitenkant van de vezel beneden een bepaalde waarde komt. (Dit in tegenstelling tot het gedrag van een normale condensator, die juist doorslaat wanneer de spanning boven een

weerstand van zo'n electrode in de orde van $10 \text{ M}\Omega$, zodat hoge eisen aan de ingangsimpedantie van de meetapparatuur moeten worden gesteld. Gelukkig zijn de spanningen, die we meten willen, niet al te klein : $\pm 0,1 \text{ Volt}$.

Laten we nu eerst de rusttoestand, bijvoorbeeld van de ventrikel, beschouwen, dus de situatie waarbij de hartspier zich in de gepolariseerde toestand bevindt. Hoe komt de con-

densator dan aan zijn lading? Bekend is geworden dat bij de opbouw van de membraanpotential, K^+ -ionen een belangrijke rol spelen. Men heeft gevonden, dat de K^+ -concentratie binnen in de vezel vele malen groter is dan er buiten. Gaan we in gedachten uit van een electrisch neutrale toestand (dus aan beide zijden van het membraan heerst dezelfde potentiaal), dan zal, als gevolg van het feit dat de K^+ -ionen wel, en de andere ionen niet of nauwelijks door de vezelwand kunnen dringen, een diffusie van K^+ -ionen naar buiten ontstaan, omdat dáár de kaliumconcentratie het kleinst is. Als gevolg hiervan zal een overschot aan anionen in de vezel achterblijven, aanleiding gevend tpt een electrisch veld, waardoor de kaliumionen worden teruggetrokken tot de diffusie juist wordt gecompenseerd, dus tot een stationaire toestand is ontstaan. Wanneer we een x-coördinaat kiezen loodrecht op het membraan en positief naar binnen, dan kunnen we het kaliumtransport naar buiten beschrijven met behulp van de diffusiewet :

$$m_K = -D \frac{dC}{dx} \quad (174).$$

waarin m_K de getransporteerde hoeveelheid K^+ -ionen per tijd en per oppervlak, D de diffusieconstante en $\frac{dC}{dx}$ het concentratieverval in het membraan is.

Uit fysisch chemische overwegingen volgt voor de absolute waarde van het kaliumtransport in tegengestelde richting :

$$m_K = \beta e C \frac{dV}{dx} \quad (175).$$

waarin β de beweeglijkheid der ionen en e de elementair lading is.

In de stationaire toestand moet natuurlijk gelden :

$$-D \frac{dC}{dx} = \beta e C \frac{dV}{dx} \quad (176).$$

Door integratie van deze differentiaalvergelijking volgt dat voor het potentiaalverschil tussen binnen- en buitenzijde van het membraan geldt :

$$\Delta V = \frac{D}{\beta e} \ln \frac{C_1}{C_2} \quad (177).$$

waarin C_1 de kaliumconcentratie binnen, C_2 die buiten het cylindertje is.

We zien uit (177) dat de membraanspanning evenredig is met de logarithme van de concentratieverhouding. Bekijkt men deze verhouding bij verschillende diersoorten dan blijken de variaties daarin van dien aard, dat men in de membraanpotentialen geen grotere verschillen dan een factor 3 mag verwachten. Men heeft dit inderdaad kunnen meten.

We gaan nu na wat er bij een excitatie geschiedt. Zoals reeds is opgemerkt uit de excitatie zich dáárin, dat het membraan (de vezelwand) plotseling geleidend wordt en dat daardoor een doorslag plaats vindt, die vanaf haar beginpunt langs de gehele vezel voortloopt. Voor de hand ligt, te veronderstellen dat tijdens de ontlading de spanning over de "condensator" nul wordt. Dit blijkt onjuist : de spanning keert van teken om tot ongeveer $\frac{1}{2}$ van zijn oorspronkelijke waarde (waarbij dus de binnenkant positief, de buitenkant negatief is geworden), zoals blijkt uit fig. 75, waar de spanning over het membraan op zekere plaats is weergegeven als functie van de tijd. De stippellijn in de figuur is de nul-lijn.

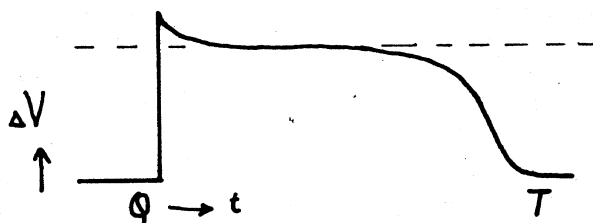


fig 75.

Het spanningspatroon zoals dit op een bepaalde plaats in een spiervezel als functie van de tijd te meten is.

De vorm van de potentiaalkromme is specifiek voor het type vezel, dat wil zeggen voor myocard, Purkinjé-systeem en atrioventriculair knoop vindt men verschillende krommen. We zullen niet het gehele verloop van de kromme in details bespreken, maar ons bepalen tot de plotselinge potentiaalsprong aan

het begin ervan.

Hoe zal het elektrisch veld ten gevolge van de excitatie er uit zien ? Ten gevolge van een doorslag wordt de dipool laag opengebroken. Laten we nu eens de vezel bekijken aan dié zijde van de doorslag waar nog de rusttoestand heerst (fig. 76a). We kunnen dan de opening opgevuld denken met twee laagjes, elk met tegenge-

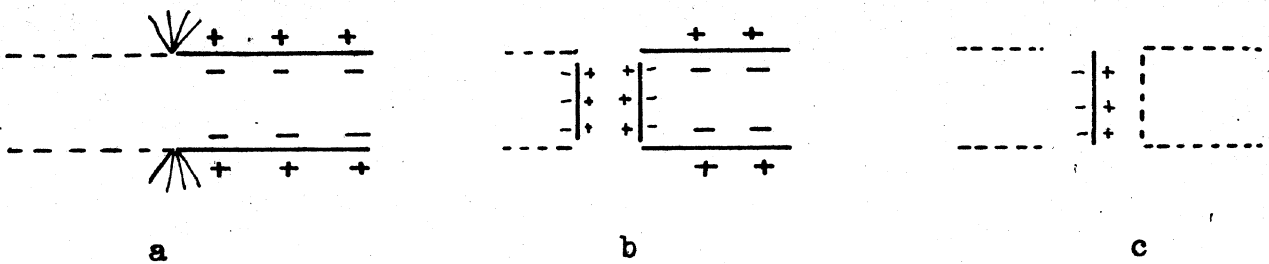
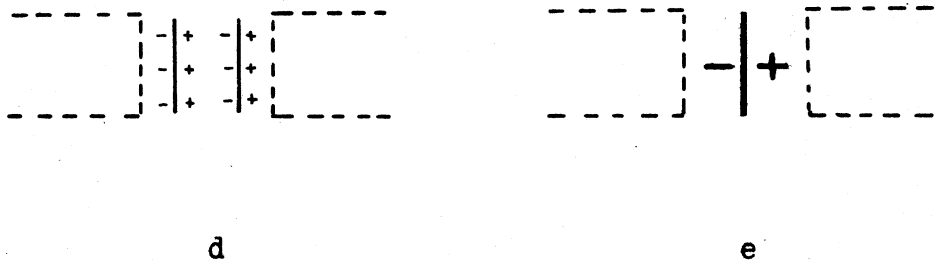


fig 76.

De ladingsverdeling in een actieve spiervezel leidt tot de dipool, de oorsprong van de hartvector.

stelde lading (fig. 76b). De binnenste van deze laagjes completeert als het ware het membraan tot een gesloten dipoollaag. Het veld naar buiten tengevolge hiervan zal nul zijn. Het tweede laagje, slechts aangebracht om de totale lading niet te veranderen, vertegenwoordigt dan juist een fictief dipoollaagje (fig. 76c). Een analoge redenering, toegepast op het geexciteerde deel van de vezel (met een van teken omgekeerde ladingsverdeling), levert eveneens een dipoollaagje (fig. 76d).



We laten nu deze beide gelijk gerichte dipoollaagjes samensmelten, zodat we één dipoollaagje over de gehele vezeldoorsnede overhouden (fig. 76e).

Wanneer we bedenken dat de spiervezels in bundels naast elkaar liggen en dat door het Purkinjé-systeem de vezels in deze bundels ongeveer gelijktijdig worden geprikkeld, dan kan men zich een voorstelling maken van de wijze waarop het excitatiefront, de dipoollaag dus, ontstaat en zich tijdens een hartslag door het hart beweegt.

Terwille van de eenvoud van het verhaal is in bovenstaande

uiteenzetting niet nader uitgewijd over de rol, welke de natrium-
ionen spelen. Ook zijn bepaalde verschijnselen gedeeltelijk onver-
klaard gebleven. Wij meenden, dat een behandeling hiervan buiten
het bestek van dit werk moest vallen.

HOOFDSTUK 17.

Klinische toepassing van vectorcardiografie.

(door G. van Herpen)

1. Algemeen.

De hartspier is opgebouwd uit een netwerk van spiervezels, een netwerk waarin duidelijke voorkeursrichtingen waar te nemen zijn, zodat in afzonderlijke gebiedjes de vezels voornamelijk parallel aan elkaar lopen. De voorkeursrichting is dus niet op alle plaatsen en in alle lagen dezelfde : het hart bezit een duidelijke "vezelarchitectuur". Eén enkele spiervezel is een kolom van cellen, omgeven door een gemeenschappelijk sarcolemma. De vezel bevat een groot aantal contractiele fibrillen.

Een normale spiervezel vertoont een membraan-potentiaal : tussen de positieve lading aan de buitenzijde en de negatieve aan de binnenzijde heerst een potentiaalverschil van ongeveer 80 mV.

Als de vezel geactiveerd wordt gaat deze ladingsscheiding ten dele verloren en zakt het potentiaalverschil tot bv. 40 mV. De activering plant zich over de vezel voort als een verstoring van de membraanpotentiaal. Waar de depolarisering gepasseerd is, is de membraan aan de buitenzijde minder positief geladen dan waar hij nog moet komen. Daardoor bestaat er eveneens een potentiaalverschil tussen het membraanoppervlak voor en achter het activeringsfront : "voor" is positief ten opzichte van "achter" (± 20 mV). Daar de vezels, zoals gezegd, in hoofdzaak parallel aan elkaar verlopen zal er - als zij tenminste gelijktijdig en in hetzelfde loodrechte vlak geprikkeld worden - een gemeenschappelijk activeringsfront over de vezels trekken.

Dit front kan dus als dipoolvlak beschouwd worden. De vorm en richting van het front en zijn voortbeweging worden bepaald door de vezelrichting en het moment van prikkeling van de vezelsystemen. Behalve de gewone spiervezels bevat het hart namelijk nog een specifiek prikkelgeleidingssysteem dat zich heeft gedifferentieerd uit spierweefsel. De prikkel (activering, depolarisering) doorloopt de vezels van dit systeem veel ($\pm 10x$) sneller dan de gewone spiervezels. Tenslotte komt de prikkel aan in het gebied van



fig 77a. Hartspiervezels met vertakkingen.

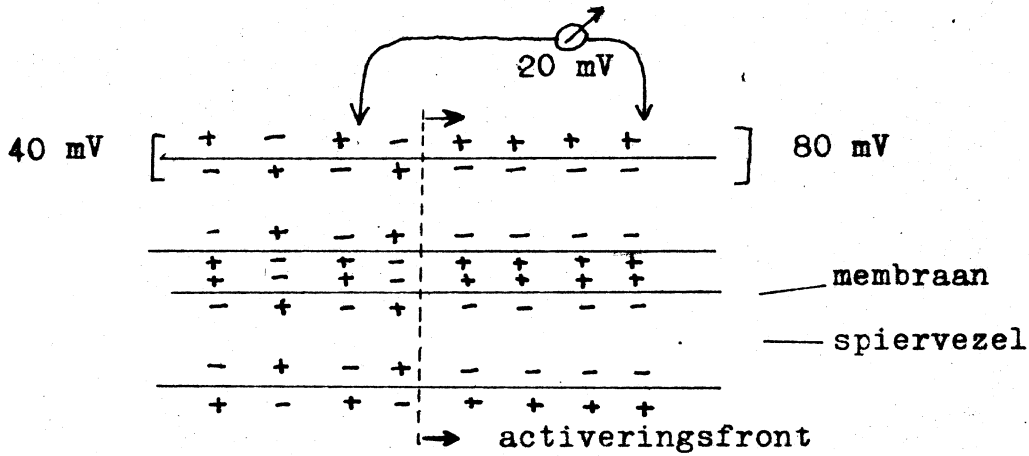


fig 77b. Membraanpotentiaal en depolarisatie.

de hartspier waarvoor hij bestemd is en deelt zich mede aan de spiervezels om zich dan met lage snelheid verder in het vezelnetwerk te verbreiden. Op deze wijze is het mogelijk dat de activering (en daarmee de contractie) van de hartspier in uiteenlopende gebieden nagenoeg gelijktijdig begint en op geordende wijze verloopt.

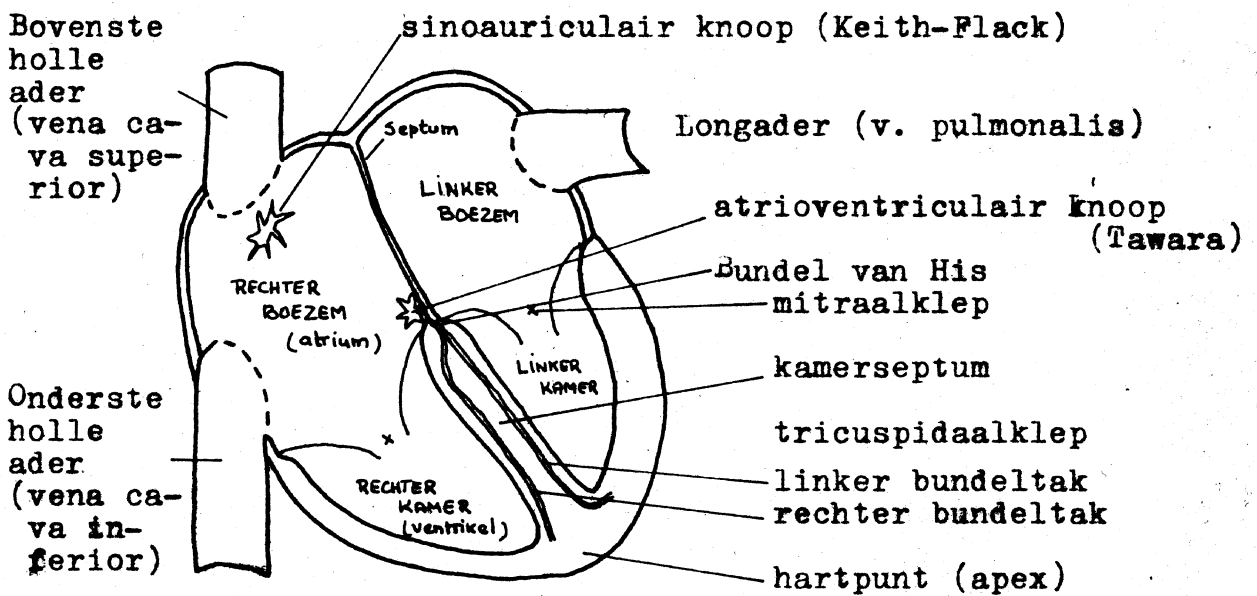


fig 78. Hart met prikkelgeleidingssysteem.

De prikkel ontstaat in de sino-auriculairknoop en verbeidt zich over de atria zonder hulp van een gespecialiseerd geleidings-systeem. Hij bereikt de atrioventriculairknoop, van waaruit hij, nu wèl via het specifieke geleidingssysteem (bundel en bundeltakken), naar de kamers wordt gedirigeerd.

In grote trekken kan men zeggen dat de activering van de spier het eerst plaats vindt in het septum. Vervolgens wordt via takjes van het prikkelgeleidingssyteem de endocardiale kant van de ventrikelwanden geactiveerd. De epicardiale kant volgt later door spiergeleiding. De uitbreiding is centrifugaal vanuit de apex.

Op deze wijze wordt dus het beweeglijke, in plaats en tijd varierende, dipoolfront veroorzaakt, dat op zijn beurt de "hartvector" (het resulterend dipoolmoment) bepaalt. Het is duidelijk dat de wijze van verbreiding door het specifiek prikkelsysteem het gedrag van de vector sterk bepaalt. Maar ook de perifere geleiding door de spier zelf is van grote betekenis. Als de dikte van de spierwand plaatselijk groter is zal de verbreiding daar langer duren en dit beïnvloedt de richting van de vector. Als de wand dikker is kan ook de grootte van de vector toenemen, als tenminste de vezels van de wand gelijktijdig geactiveerd worden. Anderzijds kan het voorkomen dat delen van het front, als zij in tegengestelde richting bewegen, wederzijds elkaars effecten compenseren. Zijn de betrokken spiermassa's echter niet gelijk dan is er weer wel een uitwendig effect.

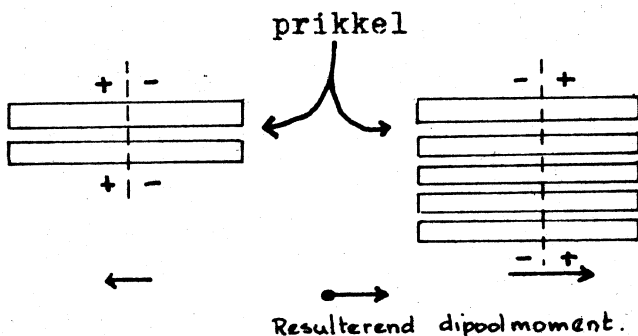
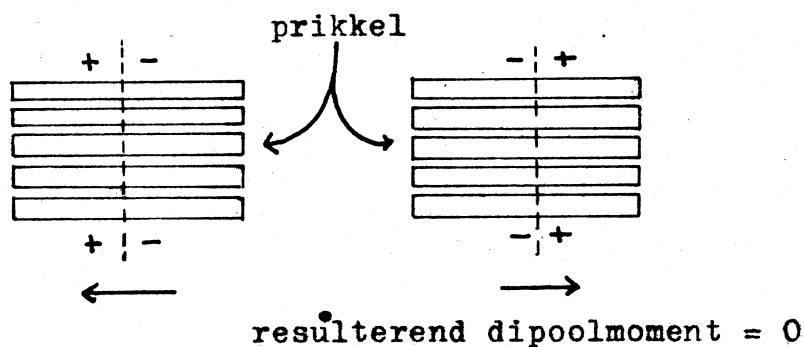


fig 79. Invloed van richting van het depolarisatiefront en van de spiermassa op het resulterend dipoolmoment.

Zou de hartspier een bol zijn met overal eendere wanddikte, waarin een concentrisch front zou bewegen, dan zou uitwendig niets te bespeuren zijn. In werkelijkheid lijkt hij echter op een halve bol, omdat de atria eerder geactiveerd worden en trouwens de massa van de atria te verwaarlozen is ten opzichte van die van de ventrikels. Verder zijn de wanden niet overal even dik. De linker kamer heeft een wanddikte van ongeveer 1,5 cm, de rechter van 0,5 cm. Van een centraal symmetrische of zelfs as-symmetrische uitbreiding van het front is daardoor geen sprake. Wel kan bij benadering een vlak van symmetrie aangegeven worden dat de linker- en rechter kamer halveert.

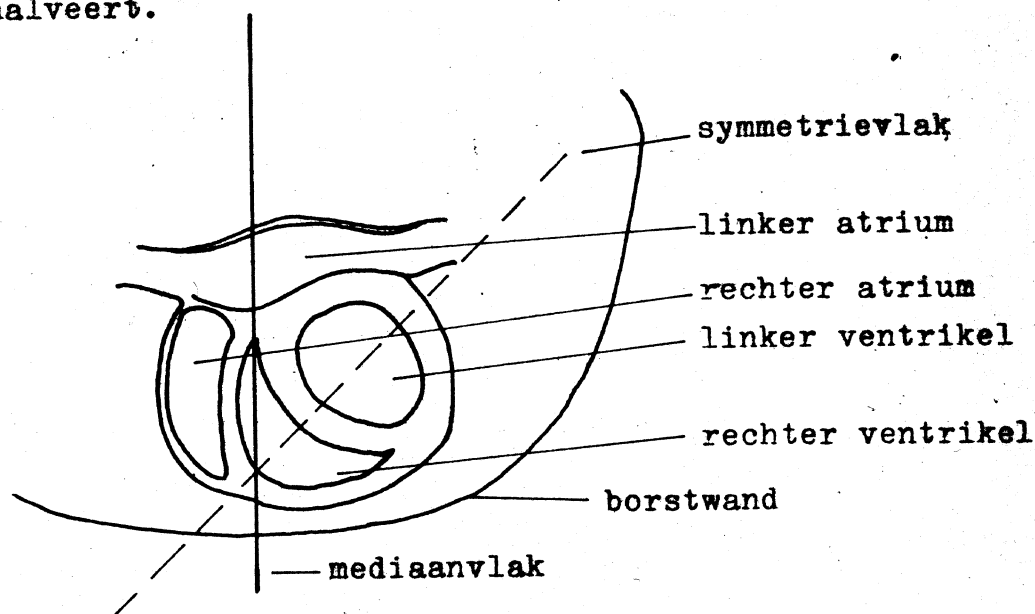


fig 80. Dwarsdoorsnede door het hart.

De potentialen ter weerszijden van het symmetrievlak heffen elkaar ten naaste bij op, zodat de hartvector zich voornamelijk in het symmetrievlak zal bewegen.

Tenslotte volgt op de depolarisering noodzakelijkerwijs de repolarisering om de spiervezels weer gereed te maken voor de volgende contractie. Deze repolarisering verloopt langzamer en bovendien niet volgens hetzelfde - zij het omgekeerde - patroon als de depolarisatie.

2. Het normale VCG.

Gezien het voorafgaande is het duidelijk dat de vorm van het VCG niet theoretisch te voorspellen is. De anatomische en fysiologische gegevens zijn daarvoor onvoldoende of zouden, als zij voldoende waren, waarschijnlijk toch te gecompliceerd zijn. We moeten van de empirie uitgaan. In de drie projecties krijgen we

ongeveer het volgende te zien.

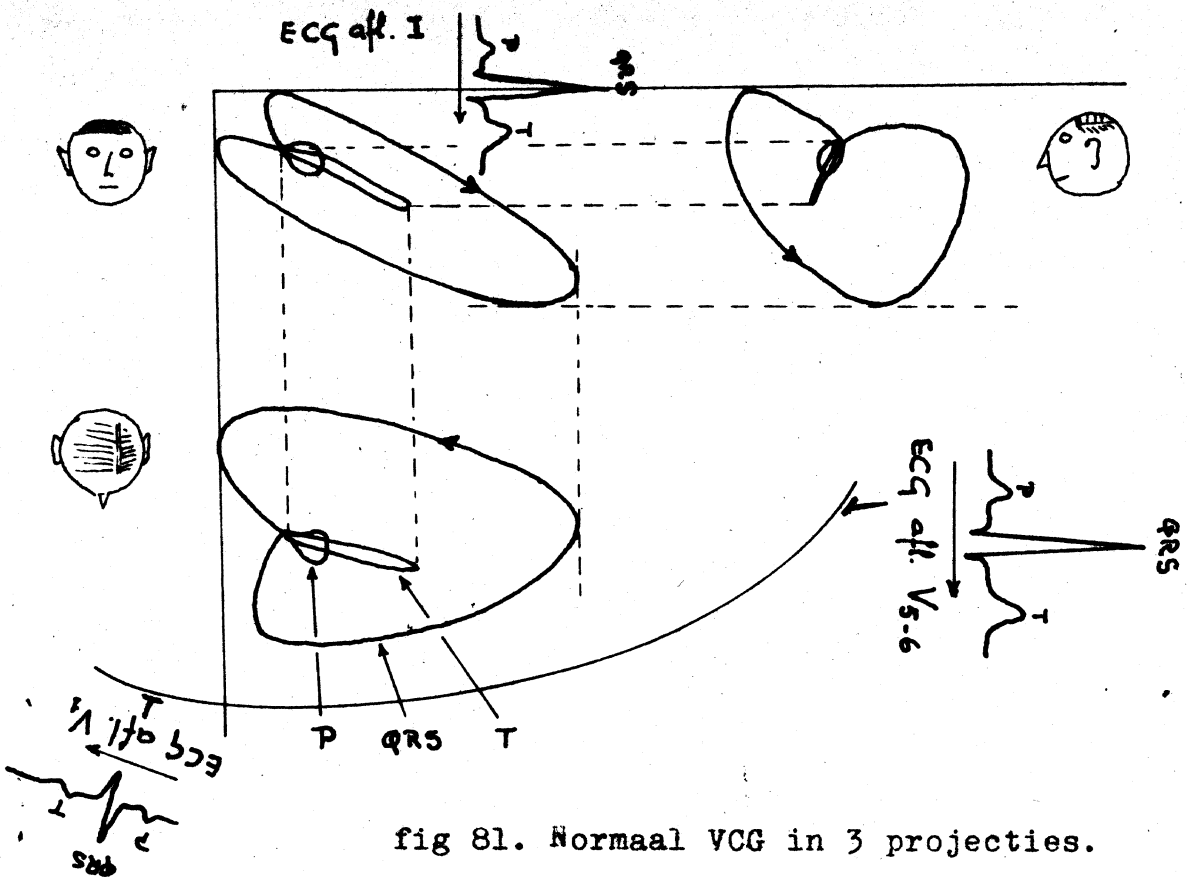


fig 81. Normaal VCG in 3 projecties.

De duur van het QRS-complex is ongeveer 80 msec. De verdeling van de lus over deze tijd is af te lezen aan de dichtheid van de stip-peling (herhalings-tijd 2,5 msec).

Het QRS-complex wordt voorafgegaan door de P-top (contractie atria) en gevolgd door de T-top (repolarisatie ventrikels).

De drie lussen overdekken elkaar in de oorsprong, zodat het voor een goede analyse van het centrale deel van het VCG nodig is dit deel te vergroten, of de lus op een geschikt punt af te breken. Een normale QRS-lus ligt meestal in een plat vlak. Dit vlak zou overeen moeten komen met het symmetrievlak van het hart maar wijkt daar in werkelijkheid wel wat van af.

In de frontale projectie loopt de QRS-vectorlus "met de klok" in de horizontale en in de sagittale "tegen de klok". Dit blijkt een belangrijk criterium, dat typisch is voor het VCG, en dat in het ECG niet, of nauwelijks, aan de dag treedt omdat in het ECG de tijdsrelatie tussen de afleidingen verwaarloosd wordt. De stand van het vlak van de lus en de omloopszin worden aangegeven door de poolvector.

Verder is bij het beschouwen van de projecties de "as" van de lus van belang. Dit is een bij de diagnostische waardering wat los

gehanteerde term, waarmee men kan bedoelen de voorkeursrichting van de lus. Men kan dit scherper definiëren door gebruik te maken van de richting van de gradient (waarvan de bepaling uit het VCG echter moeizaam meet- en rekenwerk vergt) en van de grootste vector.

Ook zijn van belang de verhoudingen tussen het deel links en het deel rechts van de oorsprong (normaal $\sim 90/10$), tussen voor en achter, tussen boven en onder.

Tenslotte moet gelet worden op byzondere vormen, in- of uitstulpingen, overslagen, vertragingen etc. en op het moment waarop deze optreden.

Het is instructief VCG en klassiek ECG met elkaar te vergelijken (zie fig. 81). Het gedrag van het ECG in zijn verschillende afleidingen wordt hierdoor veel begrijpelijker.

3. Het pathologische VCG.

Pathologische afwijkingen worden veroorzaakt door

1. wijziging van de massaverdeling van de hartspier, hetzij doordat er plaatselijk een "te weinig" of een "te veel" bestaat.
2. wijziging van het tijdschema van de activering van de hartspier, doordat plaatselijk het moment of de tijdsduur van de activering verandert.
3. wijzigingen in het geleidingsvermogen van de omgeving van het hart.

of door combinaties van deze factoren.

- 3.1.1. Een "te weinig" aan spierweefsel kan ontstaan door een infarct. Dit berust op afsluiting van een tak van een coronair vat. Het door deze tak bevoede deel van de spier sterft daardoor af. Een "oud" infarct (> 6 mnd bv.) manifesteert zich in het VCG doordat geen uitslag optreedt in de richting van het zieke deel op het moment dat dat wel het geval zou zijn bij gezond weefsel. Bij het voorwandinfarct bv. ontbreken in de eerste 20 msec van het QRS-complex de naar voren gerichte vectoren, bij het onderwandinfarct zijn de initiele (30 msec) vectoren naar boven gericht, dus van het zieke deel af.

Bij het vers infarct komen hier nog specifieke afwijkingen van de T- en het S - T-segment bij.

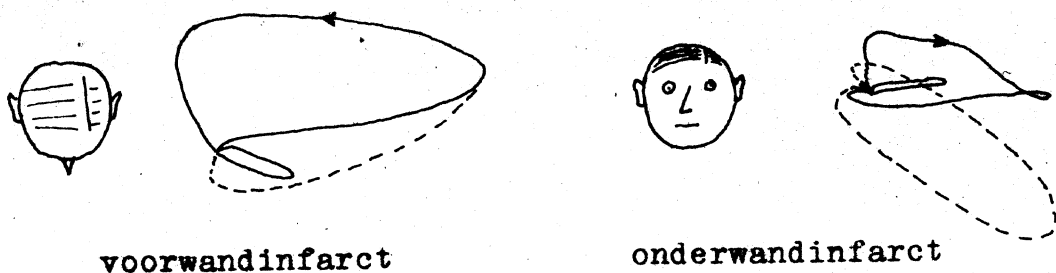


fig 82. Invloed van infarct op het VCG (---- is normaal).

3.1.2. Een "te veel" aan spierweefsel treedt op in de vorm van "hypertrophie" bij druk- of volume-overbelasting van een der compartimenten van het hart.

In de linker ventrikel zal hypertrophie (dus "links hypertrophie") bv. het gevolg zijn van vernauwing van de aortaklep (aortastenose). Om toch nog een zodanige bloeddruk te handhaven dat de doorstroming van de weefsels op redelijk peil blijft moet de linker ventrikel een druk opbrengen die veel hoger is dan normaal, bv. 240 mm Hg ipv. 120 mm Hg systolisch. Dit is dus druk-overbelasting.

Als de aortaklep daarentegen lek is zonder vernauwd te zijn (aortainsufficiëntie) stroomt er in de diastole een hoeveelheid bloed uit de aorta terug in de linker kamer. Deze extra hoeveelheid bloed moet dus bij elke slag mee uitgepompt worden zonder dat hij bijdraagt aan het circulerend volume. Dit is volume-overbelasting, die eveneens hypertrophie veroorzaakt.

Het VCG-beeld van de links hypertrophie wordt gekenmerkt door het overheersen van de vectoren, na ± 20 msec., naar links-achter-boven. Dit leidt tot toeneming van de verhouding links/rechts, draaiing van de QRS-"as" naar achter, verloop van de frontale projectie tegen de klok en daarmee gepaard, verhuizen van de poolvector naar boven en voor. De lus krijgt een soort peervorm.

In ernstiger gevallen kunnen T- en S-T veranderingen optreden die "strain" worden genoemd.

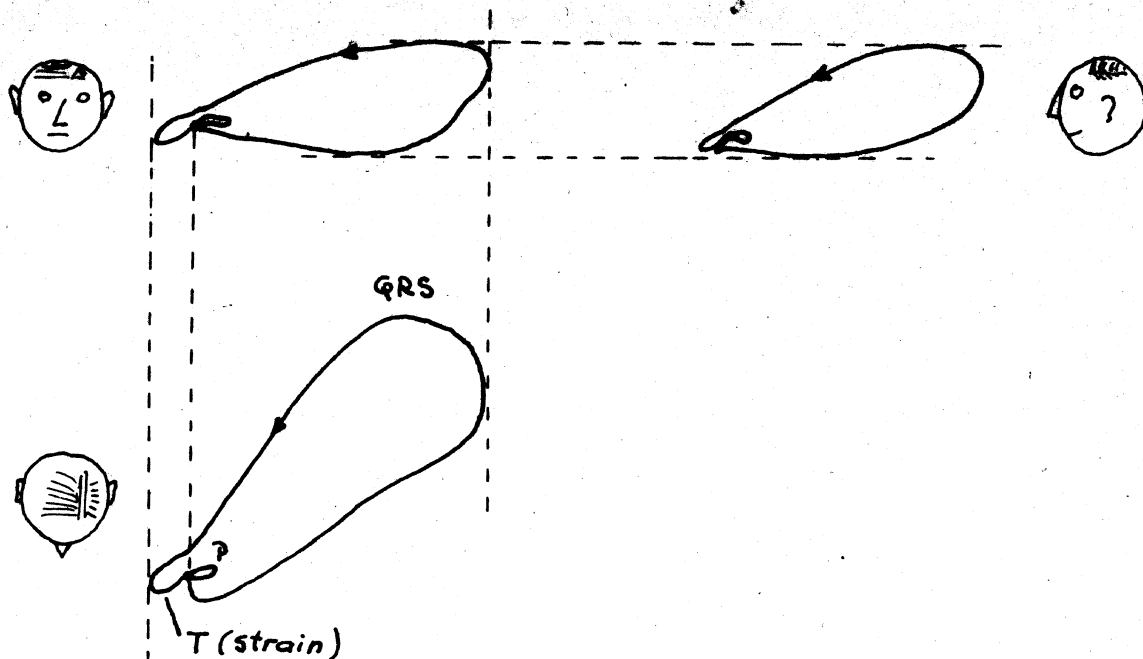


fig 83. Linker ventrikel hypertrophie.

Dezelfde redeneringen gaan op voor de hypertrophie van de rechter ventrikel. Hierbij kan pulmonaalstenose of pulmonaalinsufficiëntie dus de oorzaak zijn.

Het VCG-beeld van de rechts-hypertrophie wordt gekenmerkt door het overheersen van de vectoren, na ± 30 msec, naar rechts-voor-onder. Dit leidt tot vermindering van de verhouding links/rechts, draaiing van de QRS-"as" naar rechts-voor, verloop van de horizontale projectie met de klok en daarmee gepaard, verhuizen van de poolvector naar achter-beneden. De lus krijgt een soort schoenvorm. In ernstiger gevallen treden eveneens T- en S-T afwijkingen op. Zie figuur 84.

Behalve door gebreken van de aortaklep kan links-hypertrophie ontstaan door mitraalinsufficiëntie en door een kamersseptumdefect. In beide gevallen wordt het rendement van de ventrikelwerking verlaagd (bloed spuit de linker voorkamer respectievelijk de rechter kamer in) zodat volume-overbelasting moet optreden wil de circulatie op peil blijven.

Mitraalinsufficiëntie kan anderzijds, door stuwung in de longcirculatie, ook voeren tot rechts-hypertrophie ; de mitraalstenose heeft hetzelfde effect.

Ook het kamersseptumdefect veroorzaakt, behalve links-hypertrophie, ook rechts-hypertrophie via volume- en druk-overbelasting (de linker kamer stuwt bloed onder een hogere druk in de

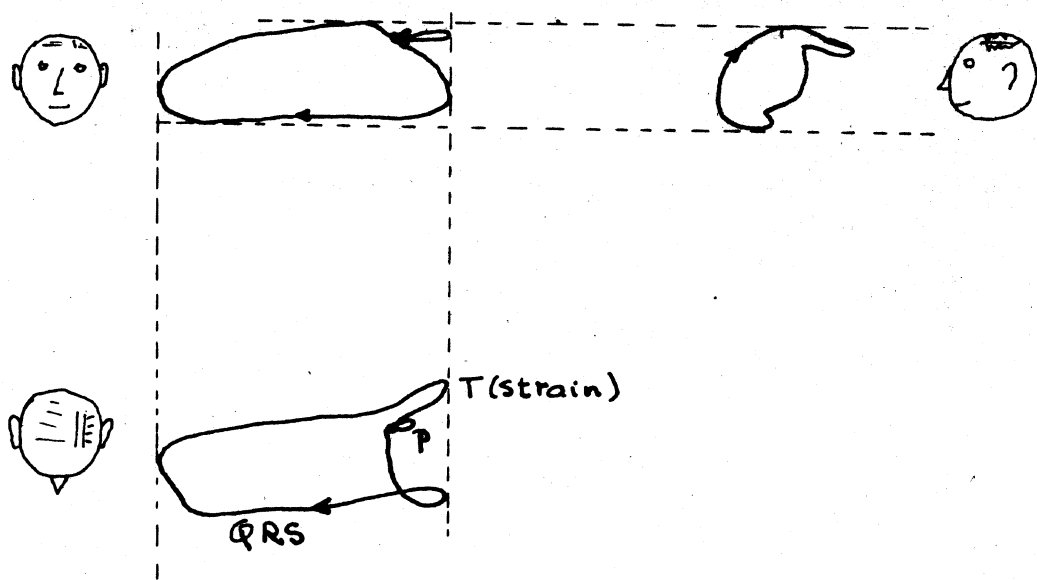


fig 84. Rechter ventrikel hypertrophie.

rechter kamer : ~ 120 mm Hg tegen ~ 35 mm Hg systolisch).

Een voorkamerseptumdefect daarentegen veroorzaakt uitsluitend rechts-hypertrophie door volume-overbelasting, doordat bloed van de linker voorkamer via de rechter voorkamer naar de rechter kamer stroomt die gemakkelijker passief uitzet dan de linker kamer in verband met zijn kleinere wanddikte. Het extra circulerend bloedvolume komt niet in de linker kamer en kan daar dus ook geen overbelasting geven.

Hypertrophie van de voorkamers is ook mogelijk (bij mitraalstenose en -insufficiëntie, tricuspidaalstenose en -insufficiëntie, voorkamerseptumdefect) maar is haemodynamisch van minder betekenis.

3.2. Bij het "te veel" aan spierweefsel speelt behalve de vermeerderde massa ook een rol de verlengde duur van de activering in het hypertrophische gebied. Door verandering van het tijdschema van de activering alleen, verandert het VCG ook al. Als deze factor geïsoleerd aan het werk is, spreken we van geleidingsstoringen.

Als bv. de atrioventriculair knoop of de bundel van His de uit het atrium afkomstige prikkel niet meer doorgeeft

ontstaat een atrioventriculair bloc. De kamers moeten autonoom gaan contraheren (anders overlijdt de patient) en dit wordt geïnitieerd door een "lager" prikkelcentrum in een van de ventrikels. Het zal duidelijk zijn dat het hele prikkelgeleidingspatroon daarmee op zijn kop gezet wordt en het VCG op onvoorspelbare manier zal veranderen.

Zetelt de onderbreking in de rechterbundeltak (rechter bundeltak bloc) dan worden septum en linker ventrikel op de normale manier geactiveerd, de rechter ventrikel wordt echter niet via het specifieke prikkelgeleidingssysteem, maar via de trage spiergeleiding geactiveerd. Als de linker ventrikel al geheel geactiveerd is, is de rechter ventrikel nog bezig op ingewikkelde en vertraagde manier tot depolarisatie te komen. Het VCG-beeld vertoont een in duur verlengde QRS-lus (> 120 msec voor een "compleet RBTB"), met een typerende, slurfachtige, traag doorlopen misvorming naar rechtsvoor.

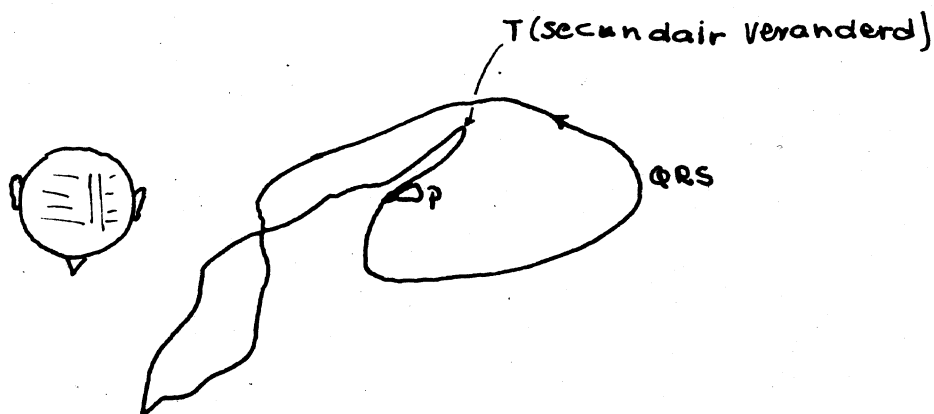


fig 85. Rechter bundeltak bloc.

Door de verstoring van de tijdsopvolging van de depolarisatie is ook de repolarisatie gestoord, met als gevolg verandering van de T-lus.

Een linkerbundeltak bloc leidt door analoge oorzaken tot verlengde duur (> 120 msec : compleet "LBTB") en een as naar links-achter-boven. Vectoren naar rechts ontbreken nagenoeg doordat de activering vanuit de rechterbundeltak geschiedt en het ~~septum~~, dat nu van rechts uit geactiveerd

wordt, opweegt tegen de rechter ventrikel. Ook hier secundaire T- en S-T veranderingen.

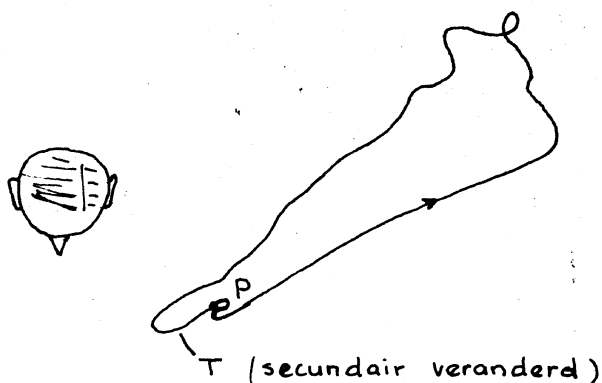
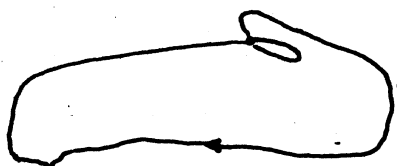


fig 86. Linker bundeltak bloc.

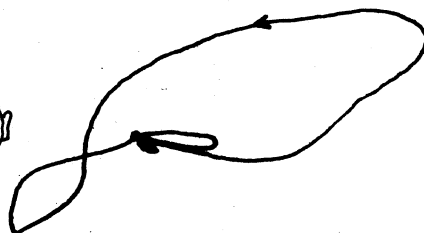
3.3. Veranderingen in de omgeving hebben meestal het karakter van elektrische weerstandsverhogingen, bv. bij chronische pericarditis (laag bindweefsel om het hart) en bij emphyseem (longen sterker luchthoudend en uitgezet). Het gevolg zal zijn "laag voltage" in de ECG afleidingen en een kleine VCG-lus.

Als merkwaardig voorbeeld van de toepassing van het VCG in de kliniek wordt nog gegeven het voorkamerseptumdefect. Hiervan bestaan twee variëteiten. Het zogenaamde "secundum" (of dorsale) defect en het "primum" (of ventrale) defect. Het eerste is ongecompliceerd, het tweede ligt tegen de atrioventriculair kleppen aan en wordt vergezeld van afwijkingen in deze kleppen en soms ook door een kamerseptumdefect. Dit verschil in gedrag berust op een verschillende embryonale genese. Het primum defect is kwaadaardiger, is moeilijker te opereren en vergt daarbij de toepassing van een hartlongmachine. Het is dus van groot belang dat de juistheid van de differentiaal diagnose tussen deze twee afwijkingen verzekerd is. Hierbij speelt het VCG - overigens geheel onverwacht - een belangrijke rol.

De twee lussen zijn namelijk geheel verschillend.



secundum defect



primum defect

fig 87. Onderscheid tussen voorkamerseptumdefecten.

In het ene geval loopt de frontale projectie met de klok, in het andere tegen. De poolvector ligt bij het secundum defect achter de meridiaan van $90^\circ - 180^\circ$, bij het primum defect er vóór. Het typerende uiterlijk van de lussen bestaat onafhankelijk van het optreden van hypertrophieën en blijkt te berusten op een anormale aanleg van het geleidingssysteem tijdens de embryonale ontwikkeling, hand in hand met de ontwikkelingsanomalie van het septum.

In het ECG kan deze diagnose veel minder betrouwbaar gesteld worden, doordat het leggen van tijdsrelaties tussen de afleidingen een moeizaam en onbetrouwbaar karwei is. Het is een intrinsieke eigenschap van het VCG om dit wel te doen.

